ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 25 JANVIER 1926.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES LALLEMAND.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les propriétés de certains aciers nickel-chrome traités.* Note de M. **Léon Guillet**.

Il est connu que, dans certaines conditions de traitements thermiques, divers aciers spéciaux, notamment les acier-nickel-chrome, couramment utilisés dans l'industrie, deviennent très fragiles, tandis que les autres propriétés mécaniques demeurent sensiblement constantes. J'ai entrepris une étude systématique de ce phénomène, en utilisant l'acier :

$$C = 0{,}26;\quad Ni = 3{,}76;\quad Cr = 0{,}67;\quad Mn = 0{,}54;$$
$$Si = 0{,}11;\quad S = 0{,}037;\quad P = 0{,}021.$$

Des éprouvettes de choc ont été soumises aux traitements suivants :

Trempe à l'huile à 900°, après chauffage de 20 minutes au bain salin; revenu à 650°, refroidissement entre 650° et 410°, en 35 heures; refroidissement à l'air, de 410° à la température ambiante; second revenu à 650°, avec refroidissement à l'air (traitement A); tandis que d'autres éprouvettes subissaient le même traitement, mais en intervertissant seulement l'ordre des deux revenus, faits après trempe (traitement B).

Voici les faits constatés :

1° Les éprouvettes ayant subi le traitement A donnent une résilience et un angle de pliage

$$\rho = 16{,}4,\qquad \alpha = 163°;$$

les éprouvettes ayant subi le traitement B donnent une résilience

$$\rho = 5{,}6,\qquad \alpha = 166°;$$

le métal est donc devenu fragile par le traitement B.

2° Dans une série importante d'essais, les éprouvettes ayant subi le traitement B ont été cassées, les unes à des températures croissantes, les autres à froid, mais après chauffage à mêmes températures que les précédentes, le refroidissement ayant lieu à l'air. Une comparaison a été établie avec le métal ayant subi le traitement A.

Le tableau suivant résume les résultats obtenus :

Température de chauffage.	Métal ayant subi le traitement A. Cassé à la température indiquée.	Métal ayant subi le traitement A. Cassé après refroidissement à l'air.	Métal ayant subi le traitement B. Cassé à la température indiquée.	Métal ayant subi le traitement B. Cassé après refroidissement à l'air.
200°..	ρ = 17,0	ρ = 16,2	ρ = 15,0	ρ = 8,6
300..	18,8	17,3	15,2	9,7
400..	15,4	19,1	14,3	10,4
450..	13,6	18,3	13,6	10,6
500..	10,9	17,1	11,8	12,4
550..	10,5 (¹)	18,9	10,6	17,2
600..	12,2 »	19,4	11,0 (¹)	19,5
650..	21,3 »	19,4	21,4 »	19,1

On voit notamment que le métal rendu fragile par le traitement B perd cette fragilité à 200°, comme s'il existait une transformation entre la température ordinaire et 200° et que, essayé à froid, il faut atteindre environ 500° pour donner à la résilience une valeur normale.

3° Les mêmes essais prouvent que le métal chauffé à 500°-550° et refroidi à l'air est non fragile; il ne devient très fragile que si la vitesse de refroidissement est lente.

4° Bien que les essais de traction donnent des résultats sensiblement identiques sur les métaux ayant subi les traitements A et B, la résistance aux chocs répétés est beaucoup plus faible pour l'acier de faible résilience que pour l'autre métal.

Voici un exemple d'essai pratiqué sur appareil de Cambridge, avec une vitesse de 60 coups par minute, un poids de $2^{kg},388$ et une hauteur de chute de 33^{mm}.

Traitement subi.	Essai de traction. R.	E.	A%.	Σ.	Essai de choc. ρ.	α.	Essais aux chocs répétés nombre de coups.
A....	80,1	64,8	17,9	68,0	18,8	»	3,290
B....	74,6	61,1	19,4	68,0	6,4	165°	570

5° La micrographie n'indique aucune différence entre les métaux ayant subi les deux traitements.

6° Les essais de dilatation ne fournissent aucun renseignement.

7° La thermo-électricité ne donne également aucune indication. Voici les deux résultats obtenus en reliant les alliages essayés à un fil d'acier doux :

(¹) Éprouvettes pliées et non cassées.

Traitement subi.	Force électromotrice en millivolts à : 75°.	120°.	225°.
A	0,73	1,269	2,173
B	0,73	1,269	2,173

Le point le plus intéressant mis en vue par ces premiers essais se trouve dans les résultats obtenus à 200° sur métal rendu fragile; ils prouvent qu'à cette température le métal a retrouvé une résilience normale.

ZOOLOGIE. — *Sur la position systématique du genre* Erato, *Mollusque Gastéropode Prosobranche.* Note [1] de M. A. Vayssière.

Le genre *Erato*, créé en 1826 par Risso pour de minuscules coquilles méditerranéennes, avait été placé par lui à côté du genre *Cipræa*, mais ses successeurs, se basant sur une similitude de forme de la coquille avec celle des *Marginella*, le mirent dans ce dernier groupe où il demeura jusque vers 1850. A cette époque, plusieurs conchyliologistes reconnurent leur erreur en constatant que la coquille des *Erato* ne possédait jamais de plis columellaires dans son jeune âge, contrairement à ce qui s'observe chez les *Marginella* et lorsqu'il en existe, ils apparaissent à l'état adulte, en même temps que les denticulations du labre.

C'est surtout à Troschel que l'on doit d'avoir reconnu, en 1856, les véritables affinités de ces Mollusques par l'étude de leur radula; en se basant sur ce caractère anatomique, il constata que les *Erato* devaient être mis dans la famille des Cypræidés, plus spécialement à côté du genre *Trivia* à cause de la similitude de leurs dents radulaires.

Une étude anatomique de plusieurs espèces appartenant à ces deux genres, me permet de confirmer le bien-fondé de la manière de voir de Troschel. Entre les *Erato* et les *Trivia* il y a, non seulement une grande ressemblance dans la structure des pièces radulaires, mais aussi dans celle de divers autres organes : osphradium, ganglions pédieux et mâchoires.

L'*osphradium*, chez ces deux types, offre le même aspect; c'est un corps ellipsoïde, un peu arqué, pourvu d'une crête médiane longitudinale, sur les côtés de laquelle se trouvent insérées une quarantaine de lamelles du côté

(1) Séance du 18 janvier 1926.

convexe et une vingtaine du côté concave, disposition toute différente de celle observée dans les autres genres de la famille des Cypræidés où nous trouvons un *osphradium* triangulaire possédant une arête médiane trifide.

Les *centres nerveux pédieux*, en forme de corps oblongs, assez épais, près de deux fois plus longs que larges, n'envoient pas postérieurement, comme chez les autres Cypræidés, de prolongement ganglionnaire radiciforme se confondant avec le grand nerf pédieux; chez les *Erato* comme chez les *Trivia* ce nerf très volumineux, cylindrique, n'est nullement ganglionnaire et le contour des centres pédieux de ce côté est nettement arrêté en pointe arrondie.

Les deux *mâchoires*, nulles ou très rudimentaires chez la plupart des Cypræidés, sont assez développées chez les Trivia ainsi que chez les Erato; elles sont constituées par de très nombreux petits bâtonnets chitineux agencés les uns contre les autres.

Enfin le fourreau radulaire est court dans ces deux genres.

A ce que je viens de dire concernant les caractères qui rapprochent les uns des autres les Erato et les Trivia, j'ajouterai que l'ensemble de l'organisation des Erato est tout à fait semblable à celui des autres types de Cypræidés (Cypræa, Ovula, Cyphoma, Calpurnus, Simnia, etc.).

Aussi en nous appuyant sur la connaissance de ces divers caractères anatomiques, nous devons maintenir le genre *Erato* dans cette famille et le réunir au genre *Trivia* pour former une section spéciale de celle-ci.

ÉLECTIONS.

Par l'unanimité des 40 suffrages exprimés, M. **G. André** est élu Membre du Conseil d'administration de l'*Institut national agronomique*, en remplacement de M. *E. Tisserand* décédé.

RAPPORTS.

La *Commission des magasins à poudre*, nommée en la séance du 9 novembre 1925, et à laquelle ont été adjoints MM. *Vieille* et *Ferrié*, dépose le

rapport, rédigé par M. **Paul Janet**, sur la question posée par M. le Ministre de la guerre, relative aux précautions à prendre dans l'installation des conducteurs électriques au voisinage des magasins à poudre.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Georges Brousseau. *Souvenirs de la mission Savorgnan de Brazza*. Préface de Maurice Delafosse.

2° La vingt-cinquième année (1924) de *L'Année psychologique*, publiée par Henri Piéron. (Présenté par M. Henneguy.)

3° G. Bruhat. *Cours de Thermodynamique à l'usage de l'enseignement supérieur scientifique et technique*. (Présenté par M. A. Cotton.)

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur l'habillage des surfaces.* Note [1] de M. **A. Myller**, transmise par M. Appell.

On considère un réseau formé par un double système de fils parfaitement flexibles et inextensibles formant par leurs entrecroisements des quadrilatères infiniment petits pouvant se déformer de telle manière que les longueurs des côtés restent invariables et que seulement les angles puissent changer. Notre problème de l'habillage des surfaces consiste à montrer les conditions sous lesquelles il est possible d'appliquer sur une surface un tel réseau. Ce problème est résolu [2] dans le cas particulier de Tchebychef, où tous les quadrilatères du réseau sont des losanges dont les côtés ont la même longueur.

On peut établir une formule qui généralise une autre dite *fondamentale de Christoffel* dans la théorie de l'équivalence de deux formes différentielles quadratiques. Étant données deux formes

$$(1)\quad \sum_{rs} a_{rs}\,dx_r\,dx_s \quad \text{et} \quad (2)\quad \sum_{t} X_t\,dx_t,$$

(1) Séance du 18 janvier 1926.

(2) L. Bianchi, *Lezioni di Geometrica differenziale*, Ed. III, 1, p. 153.

en employant les notations habituelles et les symboles

$$\gamma^l_{ik} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial a_{il}}{\partial x_k} + \frac{\partial a_{kl}}{\partial x_i} - \frac{\partial a_{ik}}{\partial x_l}\right) - \frac{1}{2}(a_{il}X_k + a_{kl}X_i - a_{ik}X_l)$$

$$\Gamma^l_{ik} = \sum_\nu A_{l\nu}\gamma^\nu_{ik},$$

cette formule est

$$\frac{\partial^2 x_\nu}{\partial x'_r \partial x'_s} + \sum_{ik} \Gamma^\nu_{ik} \frac{\partial x_i}{\partial x'_r}\frac{\partial x_k}{\partial x'_s} = \sum_\mu \Gamma'^\mu_{rs}\frac{\partial x_\nu}{\partial x'_\mu}. \tag{3}$$

Habiller une surface d'un réseau signifie trouver un système de coordonnées curvilignes pour lequel

$$ds^2 = e^{2\psi}\,d\alpha^2 + 2e^{\varphi+\psi}\cos\omega\,d\alpha\,d\beta + e^{2\varphi}\,d\beta^2, \tag{4}$$

$\varphi(\alpha, \beta)$, $\psi(\alpha, \beta)$ étant des fonctions données qui indiquent la répartition des points d'entrecroisement fixés sur chaque fil et ω l'angle des lignes coordonnées.

On constate qu'étant donnés (4) et

$$2\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha}\,d\alpha + 2\frac{\partial\psi}{\partial\beta}\,d\beta, \tag{5}$$

il en résulte

$$\Gamma^1_{12} = 0, \qquad \Gamma^2_{12} = 0; \tag{6}$$

mais, inversement de (5) et (6), il en résulte une forme plus générale que (4)

$$e^{2\psi}A^2(\alpha)\,d\alpha^2 + 2e^{\varphi+\psi}A(\alpha)B(\beta)\cos\omega\,d\alpha\,d\beta + e^{2\varphi}B^2(\beta)\,d\beta^2. \tag{7}$$

Si les formes (4) et (5) sont les transformées de

$$ds^2 = E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2, \tag{8}$$

$$U\,du + V\,dv, \tag{9}$$

deux des équations (3) deviennent

$$\left\{\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 u}{\partial\alpha\,\partial\beta} + \Gamma^1_{11}\frac{\partial u}{\partial\alpha}\frac{\partial u}{\partial\beta} + \Gamma^1_{12}\left(\frac{\partial u}{\partial\alpha}\frac{\partial v}{\partial\beta} + \frac{\partial u}{\partial\beta}\frac{\partial v}{\partial\alpha}\right) + \Gamma^1_{22}\frac{\partial v}{\partial\alpha}\frac{\partial v}{\partial\beta} = 0,\\
&\frac{\partial^2 v}{\partial\alpha\,\partial\beta} + \Gamma^2_{11}\frac{\partial u}{\partial\alpha}\frac{\partial u}{\partial\beta} + \Gamma^2_{12}\left(\frac{\partial u}{\partial\alpha}\frac{\partial v}{\partial\beta} + \frac{\partial u}{\partial\beta}\frac{\partial v}{\partial\alpha}\right) + \Gamma^2_{22}\frac{\partial v}{\partial\alpha}\frac{\partial v}{\partial\beta} = 0,
\end{aligned}\right. \tag{10}$$

où les Γ sont fonctions de u, v, $\frac{\partial u}{\partial \alpha}$, $\frac{\partial u}{\partial \beta}$, $\frac{\partial v}{\partial \alpha}$, $\frac{\partial v}{\partial \beta}$, α, β, étant donné que

$$U = -2\frac{\frac{\partial \psi}{\partial \beta}\frac{\partial v}{\partial \alpha} + \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha}\frac{\partial v}{\partial \beta}}{\frac{\partial u}{\partial \alpha}\frac{\partial v}{\partial \beta} - \frac{\partial v}{\partial \alpha}\frac{\partial u}{\partial \beta}}, \qquad V = 2\frac{\frac{\partial \psi}{\partial \beta}\frac{\partial u}{\partial \alpha} - \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha}\frac{\partial u}{\partial \beta}}{\frac{\partial u}{\partial \alpha}\frac{\partial v}{\partial \beta} - \frac{\partial v}{\partial \alpha}\frac{\partial u}{\partial \beta}}.$$

Inversement une solution u, v de (10) détermine

$$(11)\qquad E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2 = e^{2\psi}A^2\,d\alpha + e^{\varphi+\psi}AB\cos\omega\,d\alpha\,d\beta + e^{2\varphi}B^2\,d\beta^2,$$

où $A(\alpha)$ et $B(\beta)$ dépendent de la nature des solutions u, v. Notre problème revient à déterminer celles des solutions de (10) pour lesquelles dans (11) $A = 1$, $B = 1$.

On sait qu'il existe une solution unique u, v de (10) quand on se donne les valeurs de ces fonctions sur deux caractéristiques, c'est-à-dire si l'on a pour $\beta = 0$, $u = f(\alpha)$, $v = \varphi(\alpha)$ et pour $\alpha = 0$, $u = f_1(\beta)$, $v = \varphi_1(\beta)$. Géométriquement ce résultat exprime qu'on peut couvrir la surface (8) d'un réseau de configuration (7) de telle manière que les fils $\alpha = 0$, $\beta = 0$ tombent sur deux courbes données d'avance $v = \mathcal{F}(u)$ [ou $u = f(\alpha)$, $v = \varphi(\alpha)$] et $v = \mathcal{F}_1(u)$ [ou $u = f_1(\beta)$, $v = \varphi_1(\beta)$]. Mais alors, sans changer les courbes, on peut prendre deux des fonctions f, φ, f_1, φ_1 arbitrairement. Déterminons f, f_1 tels qu'ils satisfassent aux équations

$$(E + 2F\mathcal{F}' + G\mathcal{F}'^2)f'^2 = e^{2\psi},$$
$$(E + 2F\mathcal{F}'_1 + G\mathcal{F}'^2_1)f'_1 = e^{2\varphi},$$

obtenues de (11) en faisant $A = 1$, $B = 1$ et respectivement $v = \mathcal{F}(u)$, $v = \mathcal{F}_1(u)$ et après $\beta = 0$, $u = f$, $v = \mathcal{F}(f)$ et $\alpha = 0$, $u = f_1$, $v = \mathcal{F}_1(f_1)$. Prenant $\varphi = \mathcal{F}(f)$, $\varphi_1 = \mathcal{F}_1(f_1)$, les solutions correspondantes u, v de (10) satisferont à la relation (11) où l'on a mis $A = 1$, $B = 1$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur l'itération des fonctions analytiques.* Note de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Goursat.

Je voudrais donner une démonstration élémentaire de l'intéressant théorème établi par M. Wolff ([1]).

Désignons par C le cercle $|z| = 1$. Soit $f(z)$ holomorphe à l'intérieur de C, avec $|f(z)| < 1$. Posons $f_1(z) = f(z)$, $f_n = f(f_{n-1})$. Il s'agit d'étudier $f_n(z)$ quand n croît.

([1]) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 42.

Nous excluons les cas spéciaux : 1° $f(z) = z$, 2° $f(z) = ze^{i\omega}$ (ω réel, non multiple de 2π), 3° $\frac{f(z)-a}{f(z)-a'} = \frac{z-a}{z-a'}e^{i\omega}$, a étant un point quelconque intérieur à C et a' son conjugué géométrique par rapport à C.

Le théorème de M. Wolff est que, *dans tout autre cas*, $f_n(z)$ *tend vers un nombre unique indépendant de* z.

En effet, soit u un nombre de module inférieur à 1. Nous désignons par C′ le cercle $|u| = 1$. L'équation $z - uf(z) = 0$ a une racine et une seule ζ intérieure à C. (Il en résulte que l'équation $z - f(z) = 0$ a au plus une racine intérieure à C.). Quand u décrit l'intérieur de C′, ζ décrit l'intérieur d'un domaine connexe Δ. Les points u et ζ se correspondent chacun à chacun continûment.

Je dis que si u (intérieur à C′) tend vers 1, ζ tend vers un point *unique* a, intérieur à C ou situé sur C.

Si ζ avait deux points limites distincts a et a_1, il existerait à l'intérieur de C′ un arc-intervalle simple aboutissant à 1 auquel correspond dans Δ un arc-intervalle simple Λ possédant un continu limite λ qui contient a et a_1.

λ n'a pas de point intérieur à C, sinon sur un continu intérieur à C, $z = f(z)$ (1er cas exclu). Donc λ est un arc de C. Mais $z - f(z)$ étant borné, tend vers une valeur unique (Fatou) quand z tend radialement vers un point $e^{i\theta}$ de λ, avec exception possible d'un ensemble θ de mesure nulle. Le rayon aboutissant à $e^{i\theta}$ coupe une infinité de fois Λ, sur lequel

$$z - f(z) = z\left(1 - \frac{1}{u}\right).$$

La valeur limite est donc nécessairement 0. $f(z)$ coïncide donc avec z.

On montrerait de même que la frontière de Δ correspond continûment et biunivoquement au cercle C′.

Soit a la valeur limite unique de ζ pour $\lim u = 1$ ($|u| < 1$).

Je dis que $f_n(z)$ tend vers a quel que soit z intérieur à C.

1° Si a est intérieur à C, on a

$$\frac{f(z)-a}{f(z)-a'} = \frac{z-a}{z-a'}\lambda(z)$$

ou

$$f(z) = z\lambda(z)$$

avec $|\lambda(z)| < 1$ (les deux derniers cas étant exclus). D'où $\lim f_n(z) = a$.

2° Si a est sur C, posons

$$\frac{a}{a-f(z)} = \frac{a}{a-z} + p(z) + iq(z),$$

p et q étant réels. Nous allons montrer $p(z) \geqq 0$. Il est évident que si z tend vers un point quelconque $e^{i\theta}$ de C distinct de a, $\overline{\lim}\, p(z) \geqq 0$. Mais $p(z)$ n'étant pas *a priori* borné inférieurement, il n'est pas permis d'en conclure $p(z) \geqq 0$ dans C.

Soit ε un nombre tendant vers 0 de façon que $|1-\varepsilon| < 1$. Posons

$$(1-\varepsilon) f(z) = \varphi(z).$$

Soit α l'unique racine intérieure à C de $z = \varphi(z)$, α' le conjugué de α par rapport à C, enfin $\eta = \dfrac{\alpha' - \alpha}{\alpha}$.

Quand ε tend vers 0, α tend vers a, et η, positif, tend vers 0.

On a

$$\frac{\alpha' - \varphi(z)}{\alpha - \varphi(z)} = \frac{\alpha' - z}{\alpha - z} \cdot \mathrm{M}(z).$$

A l'intérieur de C, $|\mathrm{M}(z)| > 1$. Prenons les logarithmes des deux membres et divisons-les par η. La partie réelle de $\dfrac{1}{\eta} \log \mathrm{M}(z)$ est positive. Or $p(z)$ en est la limite. Donc $p(z) \geqq 0$.

Dès lors, ou bien $p(z) = 0$ quel que soit z, et alors q est constant, mais non nul (premier cas exclu). f_n tend évidemment vers a. Ou bien $p(z)$ est variable, positif en tout point intérieur à C. Soit Γ le cercle tangent en a à C et passant par z. f et tous les f_n sont intérieurs à Γ. Quel que soit ρ positif, le minimum de $p(z)$ dans la partie de Γ extérieure au cercle de centre a et de rayon ρ, est positif. Il est donc impossible qu'une infinité de points $f_n(z)$ soient distants de a de plus de ρ. Le théorème est établi dans tous les cas.

Généralement, D étant un domaine connexe limité par un continu I, soit $f(z)$ une fonction holomorphe dans D et telle que, si z est intérieur à D, il en est de même du point $f(z)$. Soit $y = \psi(z)$ la représentation conforme de l'intérieur de D sur l'intérieur de C'' d'équation $|y| = 1$. A un point b de C'' correspond selon les cas un point a ou une portion continue λ de I. Or, si

$$\mathrm{F}(y) = \psi[f(z)],$$

on a

$$\mathrm{F}_n(y) = \psi[f_n(z)].$$

Sauf les trois cas à exclure, $\mathrm{F}_n(y)$ tend vers un nombre b indépendant de y. Donc $f_n(z)$ tend indépendamment de z vers un point unique a ou vers un ensemble ω situé sur une portion λ de I. Dans ce dernier cas ω semble pouvoir dépendre de z. Mais, si z tend vers un point unique a de λ quand y intérieur à C'' tend vers b suivant tout chemin dont la plus petite courbure en b surpasse 1, $f_n(z)$ tend encore vers a indépendamment de z intérieur à D.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la généralisation du théorème d'Eisenstein indiquée par Tchebychef.* Note [1] de M. D. **Mordoukhay-Boltovskoy**, présentée par M. Hadamard.

Hermite, dans son Cours d'Analyse lithographié, cite une proposition communiquée par Tchebychef [2]. Le développement

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots \tag{1}$$

à coefficients a_j égaux à des fractions rationnelles (qu'on suppose réduites) peut représenter une fonction exprimable en termes finis seulement à la condition que ces dénominateurs de a_j aient la propriété suivante : p_n étant le plus grand diviseur premier du dénominateur d_j, $p_n : n$, pour n très grand reste inférieur à un nombre fini : $p_n : n < \mathrm{N}f$ [3].

La démonstration du théorème de Tchebychef doit être développée d'une autre manière que celle du théorème de Hurwitz ($p_n : n^k < \mathrm{N}f$.

1° La série (1) doit être considérée comme le résultat d'opérations algébriques sur des développements holomorphes ou en général des *algébroïdes*.

Pour de tels éléments, en cas de construction de la première classe de Liouville, on doit prendre $e^{\alpha\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{\alpha}}}\right)}$ et $\log x$, α étant un polynome.

Pour les constructions des classes supérieures on doit prendre

$$[\overline{qv^n}] = e^{\Omega^{(n)}}, \qquad [\underline{qv}^n] = \log \Omega_{n-1},$$

Ω_{n-1} étant des constructions des classes inférieures.

2° On doit établir pour les classes différentes d'opérations l'*invariance* de la propriété :

$$\mathrm{A}(k, e) \begin{cases} \mathrm{P}(k) \ldots \dfrac{\bar{p}(da_n)}{n^k} < \mathrm{N}f, \\ \mathrm{L}(e) \ldots \dfrac{\lambda p(da_n)}{n^e} < \mathrm{N}f, \end{cases}$$

$\bar{p}$ étant le plus grand diviseur premier du dénominateur da_n de a_n ; λ, l'ex-

---

(1) Séance du 18 janvier 1926.

(2) Voir *Comptes rendus*, 178, 1925, p 1250.

(3) Tchebychef n'a pas donné de démonstration.

posant p dans da_n; Nf, un nombre fini. A cet effet, on démontre que

$$\Phi[A^{(i_1)}(k, l), A_2^{(i_2)}(k, l), \ldots, A_s^{(i_s)}(k, l)] = A(k, l),$$

$A(k, l)$ étant le signe d'algébroïde avec la propriété $A(k, l)$, $A^i(k, l)$ sa dérivée $(i > 0)$ ou son intégrale d'ordre. On tire des recherches de Kœnigsberger l'invariance pour les opérations algébriques irrationnelles. L'invariance pour les opérations

$$\underline{qv} \ldots \int \frac{u'}{u} dx \quad \text{et} \quad \overline{qv} \ldots e^{\int v dx}$$

s'établit par des considérations élémentaires.

3° L'idée fondamentale de Tchebychef consiste en ce que l'opération

(2) $$\Theta(x, \omega_1, \omega_2, \ldots) \text{ [1]},$$

où Θ est un signe d'opérations algébriques sur les algébroïdes et les éléments indécomposables ω_j, subsiste après le remplacement des ω_j par des nombres arbitraires, par exemple par des zéros.

On doit préalablement supposer l'expression Θ *réduite*, c'est-à-dire contenant le *minimum* d'éléments indécomposables et, par suite, l'absence de relations entre $(\overline{qv})$ et des fonctions linéaires à coefficients constants des $(\underline{qv})$ exprimables par des constructions des classes inférieures.

En cas des constructions de la première classe, on ramène (2) à la forme

$$A_0 + \sum_{j=1}^{j=m} A_j(\overline{qv}) = 0$$

et, au moyen de la méthode de Liouville, on obtient ou

$$(\overline{qv_k}) : (\overline{qv_j}) = \text{algébr.}$$

ou

$$e^{\Omega} = (\overline{qv}) = \Theta(\log x, x).$$

En éliminant par différentiation $(\overline{qv})$, on trouve $\log x$ en fonction algébrique de x.

Pour les constructions des classes supérieures, l'élimination de $(\overline{qv})$ conduit de la même façon à une équation algébrique entre *plusieurs* $(\underline{qv})$.

Par des différentiations successives de l'équation

$$A_1(\underline{qv_1})^{k_1}(\underline{qv_2})^{k_2} \ldots (\underline{qv_q})^{k_q} + \ldots$$

---

[1] ω_n étant un polynome du degré $\alpha_j^{(1)}$ par rapport à $a_j^{(1)}$.

(après la division par $A_1 \ldots$) on obtient contrairement à l'hypothèse une relation linéaire entre les $(\underline{qv})$.

4° En remarquant que les opérations peuvent introduire des nombres *irrationnels* et *transcendants* (mais on peut toujours chasser les irrationnalités des dénominateurs) on doit raisonner dans le domaine des fonctions rationnelles à coefficients rationnels des transcendantes ξ_i en démontrant que ce domaine est *holoédrique* et en expliquant la notation *plus* et *moins* pour les fonctions entières des ξ_i.

Par exemple pour la seule transcendante ξ

$$\Phi^{(1)}(\xi) > \Phi^{(2)}(\xi), \qquad \Phi = A_0 + A_1\xi + A_2\xi^2 + \ldots + A_n\xi^n$$

si

(1) $$A_0^{(1)} > A_0^{(2)} \quad \text{ou} \quad A_0^{(1)} = A_0^{(2)}, \quad A_1^{(1)} > A_1^{(2)}; \tag{2}$$

(3) $$A_0^{(1)} = A_0^{(2)}, \quad A_1^{(1)} > A_1^{(2)}, \quad A_2^{(1)} > A_2^{(2)}, \quad \ldots.$$

5° On voit qu'on obtient ce résultat, plus général que celui de Tchebychef: *Le développement algébroïde d'une expression construite au moyen d'opérations algébriques sur $(\overline{qv})$ et sur les algébroïdes $A(k, l)$ est aussi algébroïde $A(k, l)$.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe de représentations conformes.* Note ([1]) de M. **René Lagrange**, présentée par M. Émile Borel.

Étant donnée une variété riemannienne V_n, à n dimensions, d'élément linéaire ds, on peut se proposer la recherche des représentations conformes $[ds] = \frac{ds}{\lambda}$ telles que, f désignant toute fonction p-harmonique sur V_n, ρf soit p-harmonique sur la variété transformée $[V_n]$, le facteur ρ ne dépendant pas de f.

La solution relative à l'inversion dans l'espace ordinaire, donnée par Thomson, est classique. Dans le plan, le cas $p = 2$ est très important dans la théorie des déformations élastiques planes. Enfin, pour $p = 1$, il faut et il suffit ([2]) que la fonction λ vérifie l'équation $\Delta_2\lambda = \frac{n}{2}\frac{\Delta_1\lambda}{\lambda}$, $\Delta_1\lambda$ et $\Delta_2\lambda$ désignant les deux premiers paramètres différentiels de Beltrami de la V_n; on a alors $\rho = \lambda^{\frac{n}{2}-1}$.

([1]) Séance du 18 janvier.

([2]) Cf. Lagrange, *Thèse : Sur le calcul différentiel absolu*, p. 48.

Lorsque $p > 1$, la solution n'a plus le même ordre d'indétermination. Désignons par Δ_{2p} la puissance fonctionnelle $p^{\text{ième}}$ de l'opérateur Δ_2, et inscrivons entre crochets les opérations sur $[V_n]$. Les dérivées tensorielles d'une fonction φ seront désignées par $\varphi_{\alpha\beta\gamma\ldots}$. $[\Delta_{2p}\rho f]$ se calcule par application récurrente de l'opérateur (¹)

$$(1) \qquad [\Delta_2\varphi] = \lambda^2\Delta_2\varphi - (n-2)\lambda\lambda_\alpha\varphi_\alpha$$

sur l'identité

$$(2) \qquad [\Delta_2\rho f] = \lambda^2\rho\,\Delta_2 f + A^{1,\alpha}f_\alpha + B^1 f,$$

où l'on a

$$(3) \qquad \begin{cases} A^{1,\alpha} = 2\lambda^2\rho_\alpha - (n-2)\lambda\rho\lambda_\alpha \\ B^1 \;\; = \lambda^2\Delta_2\rho - (n-2)\lambda\lambda_\alpha\rho_\alpha. \end{cases}$$

D'une manière générale, posons

$$(4) \qquad [\Delta_{2r}\rho f] = \lambda^{2r}\rho\,\Delta_{2r}f + A^{r,\alpha}\Delta_{2r-2}f_\alpha + B^r\Delta_{2r-2}f + C^{r,\alpha\beta}\Delta_{2r-4}f_{\alpha\beta} + \ldots,$$

les dérivées non écrites étant de l'ordre $2r-3$ au plus. Pour répondre à la question, il faut et il suffit que les termes du deuxième membre, autres que le premier, disparaissent pour $r = p$. En remarquant que l'assimilation de $(\Delta_{2r}f)_\alpha$ et $\Delta_{2r}f_\alpha$ n'introduit que des dérivées d'ordre $\leqq 2r-1$, on déduit immédiatement de (1) et (4) la relation de récurrence

$$A^{r+1,\alpha} = \lambda^2 A^{r,\alpha} + 2\lambda^{2r+2}\rho_\alpha + (4r-n+2)\lambda^{2r+1}\rho\lambda_\alpha,$$

donc

$$A^{p,\alpha} = 2p\lambda^{2p+2}\rho_\alpha + 2p\left(p-\frac{n}{2}\right)\lambda^{2p+1}\rho\lambda_\alpha.$$

La condition $A^{p,\alpha} = 0$ donne, a un facteur constant près,

$$(5) \qquad \rho = \lambda^{\frac{n}{2}-p}.$$

Il vient alors $A^{r,\alpha} = 2r(r-p)\lambda^{\frac{n}{2}-p+2r-1}\lambda_\alpha$; si l'on tire de (1) appliqué à (4), les relations de récurrence supplémentaires pour B^r et $C^{r,\alpha\beta}$, on obtient enfin, pour $r = p$:

$$B^p = p\left(\frac{n}{2}-1\right)\lambda^{\frac{n}{2}+p-1}\Delta_2\lambda + p\left[\frac{p^2-1}{3} - \frac{n(n-2)}{4}\right]\lambda^{\frac{n}{2}+p}\Delta_1\lambda,$$

$$C^{p,\alpha\beta} = -\frac{2p(p^2-1)}{3}\lambda^{\frac{n}{2}-p+1}\lambda_{\alpha\beta}.$$

(¹) Conformément aux notations habituelles du calcul tensoriel, les signes Σ des compositions sont omis.

Ceci posé, $f_{ii\dots ij}$ désignant une dérivée d'ordre $2p-2$, où i et j sont deux indices donnés, son coefficient dans l'expression de $[\Delta_{2p}\varphi f]$ est $2C^{p,ij}$ si $i\neq j$ (car $f_{ii\dots ji}$ ne diffère de cette dérivée que par des dérivées d'ordres moindres); c'est $B^p+C^{p,ii}$ si $i=j$. L'identité à zéro de ces deux coefficients donne

$$(6)\qquad \begin{cases} \lambda_{ij}=0 \quad \text{si} \quad i\neq j, \\ \dfrac{2p(p^2-1)}{3}\lambda_{ii}=\left(\dfrac{n}{2}-1\right)\Delta_2\lambda+\left[\dfrac{p^2-1}{3}-\dfrac{n(n-2)}{4}\right]\dfrac{\Delta_1\lambda}{\lambda}. \end{cases}$$

λ_{ii} est donc indépendant de i. Posant $\lambda_{ii}=u$, on a $\Delta_2\lambda=nu$, et si ([1]) $\dfrac{p^2-1}{3}-\dfrac{n(n-2)}{4}\neq 0$, (6) entraîne :

$$(7)\qquad \begin{cases} \lambda_{ij}=\varepsilon_{ij}u, \\ \Delta_1\lambda=2\lambda u. \end{cases}$$

D'ailleurs la dérivation de la deuxième ligne de (7), compte tenu de la première, donne $u=\text{const.}=C$. Les représentations conformes cherchées sont donc fournies par le système (7), où u est une constante arbitraire. On démontre d'ailleurs par récurrence que les intégrales de ce système répondent effectivement à la question. Remarquons que l'on a encore :

$$\Delta_2\lambda=\frac{n}{2}\frac{\Delta_1\lambda}{\lambda}.$$

Il est également remarquable que, seul, ρ dépend de l'entier $p(p>1)$.

Il est clair que (7) n'est pas nécessairement intégrable, pour $u\neq 0$. Les représentations conformes en question ont encore la propriété que les symboles de Riemann de $[V_n]$ sont proportionnels à ceux de V_n, dans le rapport λ^2. D'ailleurs pour $n>2$, cette proportionnalité est caractéristique des représentations conformes (7). Si V_n est euclidienne, $[V_n]$ l'est aussi, et ces représentations conformes constituent alors le groupe des déplacements, homothéties et inversions.

Signalons enfin que les V_3 non euclidiennes qui admettent de telles représentations conformes, autres que la solution banale $\lambda=\text{const}$, sont celles qui sont applicables sur $dx^2+x^2f(y,z,dy,dz)$. On a alors $\lambda=\frac{C}{2}x^2$, et la représentation conforme en question revient à changer x en $\frac{2}{Cx}$, de sorte que la variété obtenue est applicable sur la première.

([1]) $\dfrac{p^2-1}{3}-\dfrac{n(n-2)}{4}$ ne s'annule que dans des cas tout à fait exceptionnels comme $p=13$, $n=16$; $p=181$, $n=210$, etc.; il semble peu probable qu'à ces cas exceptionnels correspondent des représentations conformes particulières.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Le calcul des conditions du choc binaire dans le problème des trois corps.* Note de M. **Kivéliovitch**, présentée par M. Hadamard.

Je désire indiquer sommairement dans cette Note le calcul des deux conditions du choc binaire qui ont été déduites dans une Communication antérieure [1].

On démontre facilement que ces conditions se présentent sous la forme

$$\text{(I)} \qquad \omega_i = P\zeta_i + Q x'_i + R p'_i \qquad (i = 1, 2, 3),$$

où

$$P = \sum_0^\infty p_{2n+1} u^{2n+1}, \qquad Q = \sum_3^\infty q_{2n+1} u^{2n+1}, \qquad R = \sum_1^\infty r_{2n} u^{2n},$$

les p_j, q_j, r_j sont des fonctions paires en ζ_i, x'_i et p'_i, et invariables par la substitution circulaire des indices $i = 1, 2, 3$.

Ces coefficients se calculent de proche en proche comme je l'ai indiqué dans ma Note précédente, soit

$$p_1 = -\frac{\mu}{\zeta}, \qquad p_3 = -\frac{\mu}{3!\,\zeta}\left[(2\mu\mu'' + \mu'^2)\Sigma(p_i)^2 - 2\mu\frac{\alpha' + \alpha''}{r'} - 2\mu E\right], \qquad \ldots,$$

$$r_2 = \frac{\mu\mu'}{2!}, \qquad r_4 = \frac{\mu\mu'}{4!}\left[(8\mu\mu'' + \mu'^2)\Sigma(p'_i)^2 - 8\mu\frac{\alpha' + \alpha''}{r'} - 8\mu E\right], \qquad \ldots.$$

En éliminant u entre les trois équations (I) on trouve les deux conditions du choc. Pour rendre le calcul plus symétrique, il suffit de résoudre les équations (I) par rapport à P, Q et R. En utilisant les intégrales des aires on trouve (les constantes des aires étant a_1, a_2, a_3) :

$$\text{(II)} \qquad P = \frac{\Sigma a_i \omega_i}{\Sigma a_i \zeta_i}, \qquad Q = \frac{\Sigma a_i x'_i}{\Sigma a_i \zeta_i}, \qquad R = \frac{\Sigma a_i p'_i}{\Sigma a_i \zeta_i}$$

(pour abréger l'écriture désignons les deuxièmes membres respectivement par α, β et γ).

De la valeur de P on peut tirer u en fonction de α ; ce sera une série développée suivant les puissances impaires de α. En substituant cette valeur de u, dans les deux autres équations (II), on trouve finalement les deux

[1] *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 116-118.

conditions cherchées développées suivant les puissances croissantes de α, savoir $Q = \beta$ suivant les puissances impaires et $R = \gamma$ suivant les puissances paires de α :

$$\text{(III)} \quad \begin{cases} \beta = \dfrac{q_7}{(p_1)^7}\alpha^7 + \left[\dfrac{q_9}{(p_1)^9} - \dfrac{q_7}{(p_1)^{10}}\right]\alpha^9 + \ldots \\ \gamma = \dfrac{r_2}{(p_1)^2}\alpha^2 - \dfrac{2p_3r_2}{(p_1)^6}\alpha^4 + \left\{\left[\dfrac{6(p_3)^2}{(p_1)^8} - \dfrac{2p_5}{(p_1)^7}\right]r_2 - \dfrac{4p_3}{(p_1)^7}r_4 + \dfrac{r_6}{(p_1)^6}\right\}\alpha^6 + \ldots \end{cases}$$

Comme application, considérons le cas où, pour u suffisamment petit, on néglige les puissances à partir de u^7 : on trouve $\beta = 0$, c'est-à-dire $\Sigma a_i p'_i = 0$. Si l'on choisit comme plan des xOy le plan du maximum des aires, soit $a_1 = a_2 = 0$, on trouve $p'_3 = 0$; donc p'_3 est de l'ordre de u^7 ou de $t^{\frac{7}{3}}$: c'est le résultat qui a été trouvé par M. Chazy [1].

Si l'on veut revenir aux variables primitives, il suffit de remplacer, dans les équations (III), ξ_i par $x_i\Sigma(p_i)^2 - 2p_i\Sigma x_i p_i$ et ω_i par $\dfrac{p_i}{\Sigma(p_i)^2}$.

MÉCANIQUE. — *Sur la réduction du problème plan d'élasticité à une équation intégrale de Fredholm.* Note de M. V. **Fock**, présentée par M. Mesnager.

Supposons qu'il s'agisse de résoudre le problème plan d'élasticité pour un domaine fini D', dans le plan de la variable complexe z, limité par un contour C'. Soit $z = f(\zeta)$ la fonction définissant une transformation conforme de D' sur un domaine D, dans le plan ζ, limité par un cercle C de rayon un, ayant pour centre l'origine. Posons $\zeta = e^{i\mu}$, $\mu = \sigma + i\tau$ et soient

$$\Phi = \widehat{\sigma\sigma}, \qquad R = \widehat{\tau\tau}, \qquad U = \widehat{\sigma\tau} = \widehat{\tau\sigma}$$

les tensions normales et tangentes. Le problème en question a été réduit par M. Kolossoff [2] à celui de déterminer deux fonctions $w(\zeta)$ et $F(\zeta)$, liées à Φ, R, U par les relations

$$(1) \qquad \begin{cases} [2U + i(\Phi - R)]\left|\dfrac{df}{d\mu}\right|^2 = \dfrac{i}{2}\bar{f}\dfrac{df}{d\mu}\dfrac{dw}{d\mu} - \dfrac{i}{2}\left(\dfrac{df}{d\mu}\right)^2 F, \\ R + \Phi = u, \qquad w = u + iv \quad (^3), \end{cases}$$

(1) *Annales de l'École Normale*, 3e série, **39**, 1922, p. 29-130.

(2) *Sur l'application de la variable complexe au problème plan d'élasticité* (en russe); Dorpat, 1909, p. 16.

(3) $\bar{f} = f_1 - if_2$ est la quantité conjuguée à $f = f_1 + if_2$.

et holomorphes dans D, de façon que U et R prennent des valeurs données sur le contour.

Soit s l'arc du cercle C; on a $s = \mu$ sur C. En désignant par l'indice s la valeur d'une fonction sur C, on tire de (1)

$$(2)\qquad A(s) = 4(R_s - iU_s)\frac{df_s}{ds} = f_s\frac{d\overline{w}_s}{ds} + 2u_s\frac{df_s}{ds} + \overline{F}_s\frac{d\overline{f}_s}{ds}.$$

Si l'on multiplie les deux membres de (2) une fois par ds et une autre fois par $\overline{f}_s ds$ et si l'on intègre de 0 à 2π, on obtient deux équations qui exigent que la somme géométrique des forces appliquées au contour et la somme géométrique de leurs moments s'annulent.

Posons avec M. Hilbert [1] $MW = \frac{i}{2\pi}\int_0^{2\pi}\cot\frac{s-\sigma}{2}W\,d\sigma$, W étant une expression complexe quelconque sur C, et cherchons la valeur de l'expression $\Psi_s = \frac{1}{2}[MA(s) + A(s)]$. [On remarque que Ψ_s est la valeur sur C d'une fonction $\Psi(\zeta)$ holomorphe dans D]. En s'appuyant sur les propriétés bien connues de l'opération MW, on trouve, après une intégration par parties,

$$(3)\qquad \frac{i}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\partial}{\partial s}\left[\cot\frac{s-\sigma}{2}(f_\sigma - f_s)\right]u_\sigma d\sigma + \left(w_s - i\overline{\overline{v}}\right)\frac{df_s}{ds} = \Psi_s,$$

(les deux traits désignant la valeur moyenne d'une fonction sur C). Posons

$$(4)\qquad \begin{cases} i\dfrac{ds}{df_s}\dfrac{\partial}{\partial s}\left[\cot\dfrac{s-\sigma}{2}(f_\sigma - f_s)\right] = K(s,\sigma) + iK'(s,\sigma) \\ \Psi_s\dfrac{d_s}{df_s} = \varphi_s = \varphi_{1s} + i\varphi_{2s} \end{cases}$$

La formule (4) et celle qu'on obtient en y remplaçant sous le signe $\int u_\sigma$ par $-iv_\sigma$ et en ajoutant au premier membre $\left(\overline{\overline{u}} + i\overline{\overline{v}}\right)\frac{df_s}{ds}$ donnent

$$(\mathrm{I})\qquad \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}K(s,\sigma)u_\sigma d\sigma + u_s = \varphi_{1s};$$

$$(\mathrm{II})\qquad -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}K(s,\sigma)v_\sigma d\sigma + v_s = \varphi_{2s}.$$

---

[1] David Hilbert, *Grundzüge einer allgemeinen Theorie der linearen Integralgleichungen*, éd. Teubner, 1912, p. 86.

Ces deux équations sont de la forme

$$(5)\qquad g(s)=h(s)+\frac{\lambda}{2\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{K}(s,\sigma)\,g(\sigma)\,d\sigma.$$

On vérifie aisément : 1° que $\lambda=1$ est une valeur singulière, 2° que la fonction fondamentale correspondante est l'unité, et 3° que la solution de l'équation homogène associée est la fonction toujours positive

$$(6)\qquad b(s)=-\frac{1}{4\mathrm{Q}}\int_0^{2\pi}\cot\frac{s-\sigma}{2}\,\frac{\partial}{\partial\sigma}|f_\sigma-f_s|^2\,d\sigma$$

où Q est l'aire du domaine D′.

De plus, on peut affirmer : 1° que $\lambda=-1$ n'est pas une valeur singulière et 2° que $\lambda=+1$ ne l'est plus pour (5) si l'on y remplace $\mathrm{K}(s,\sigma)$ par

$$\mathrm{K}_1(s,\sigma)=\mathrm{K}(s,\sigma)-b(\sigma),$$

car autrement les équations du problème plan d'élasticité admettraient une solution différente de zéro, les forces appliquées au contour étant nulles.

Cela démontre que la condition $\int_0^{2\pi}\varphi_{2s}\,b(s)\,ds=0$, qui est d'ailleurs vérifiée toutes les fois que la somme géométrique des moments des forces est nulle, est nécessaire et suffisante pour l'existence d'une solution de (I) et (II); la fonction u_s se détermine d'une manière unique et v_s à une constante près.

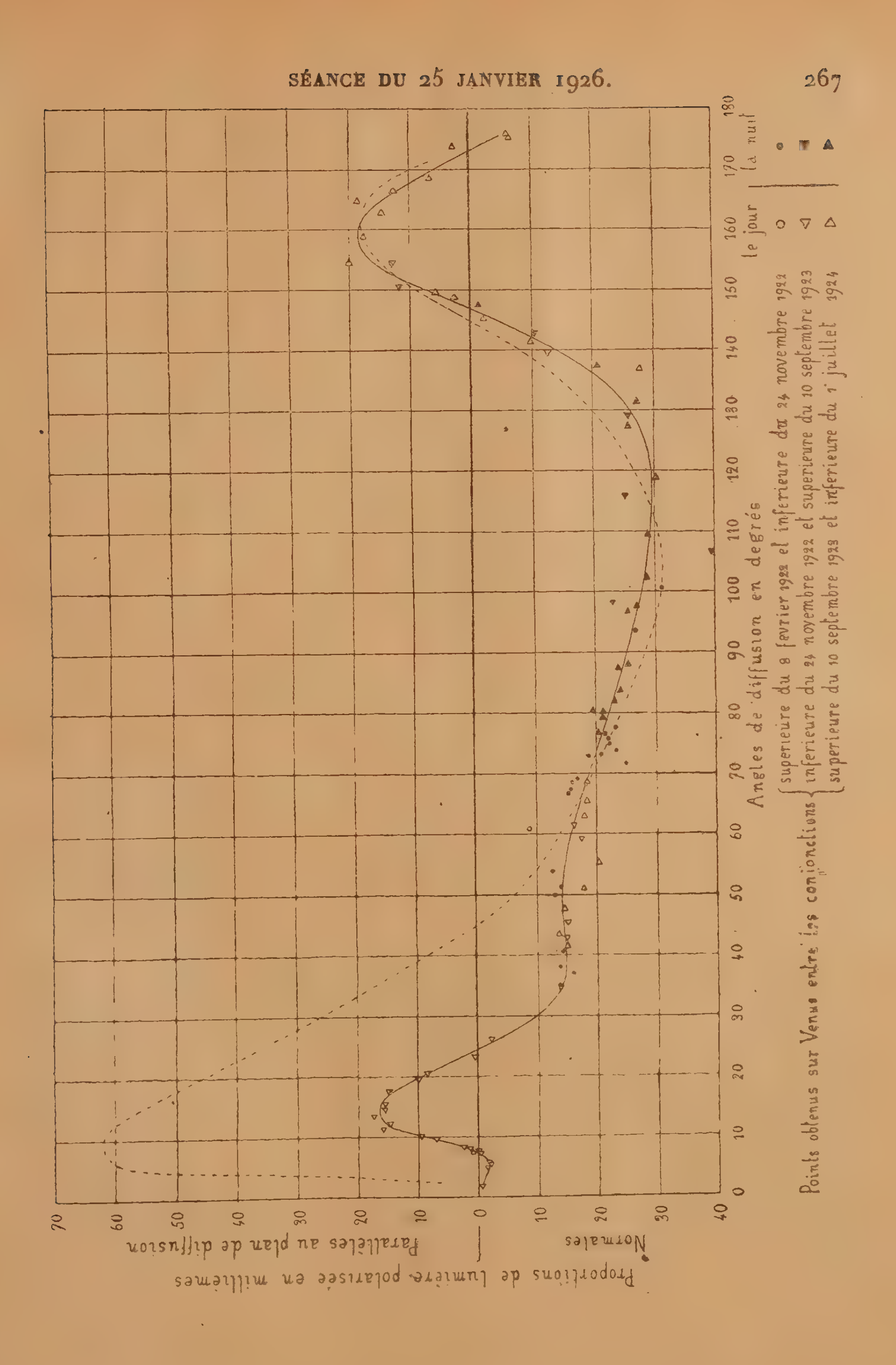
Observons que toutes les fois que $f(\zeta)$ est une fonction rationnelle en ζ, le noyau $\mathrm{K}(s,\sigma)$ se décompose en un nombre fini de termes de la forme $h(s)\,g(\sigma)$, et la solution de (I) et (II) devient alors particulièrement simple.

La méthode peut être étendue à certains cas d'un domaine infini.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Polarisation de la planète Vénus.* Note de M. **Bernard Lyot**, présentée par M. Deslandres.

J'ai donné précédemment (¹) les premiers résultats d'une étude de la polarisation de Vénus, commencée au mois de mai 1922. Les observations effectuées depuis cette époque, ont montré qu'elle varie avec les conditions

(¹) *Comptes rendus*, 177, 1923, p. 1015.



Angles de diffusion en degrés
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
160
170
180
Proportions de lumière polarisée en millièmes
Parallèles au plan de diffusion
Normales
70
60
50
40
30
20
10
0
10
20
30
40
Points obtenus sur Venus entre les conjonctions
supérieure du 8 février 1922 et inférieure du 24 novembre 1922
inférieure du 24 novembre 1922 et supérieure du 10 septembre 1923
supérieure du 10 septembre 1923 et inférieure du 1er juillet 1924
le jour
la nuit

d'éclairement suivant une loi régulière, représentée par la courbe en trait plein de la figure.

Cette courbe est relative aux régions centrales de la planète. L'angle de diffusion, porté en abscisse, est défini comme étant la distance angulaire de la Terre et du Soleil vus de Vénus; cet angle passe par toute la série des valeurs comprises entre 2° et 176° environ au cours de chaque période limitée par deux conjonctions successives. Les observations portent sur trois de ces périodes, et les polarisations trouvées au cours de chacune d'elles, sont représentées par des points de formes différentes dont les centres sont blancs ou noirs suivant que les mesures correspondantes ont été faites le jour en compensant la polarisation atmosphérique ou la nuit. Ces six sortes de points sont mêlés en plusieurs endroits et, à part quelques irrégularités accidentelles, ils s'écartent peu d'une même courbe. On peut en conclure que les différents côtés de la planète ont très sensiblement la même constitution physique et que celle-ci n'a pas subi de changement appréciable au cours des observations ([1]).

Des résultats nouveaux ont été obtenus au printemps 1924 avec la grande lunette de l'observatoire de Meudon sur les cornes du croissant. Celle-ci présentèrent lorsque l'angle de diffusion dépassa 85°, une polarisation supérieure, en valeur absolue, à celle du centre. La différence, maxima près des pointes, atteignit 8 millièmes à un demi-rayon de ces dernières puis elle s'inversa pour l'angle de 133°. Pendant toute cette période, le plan de polarisation, parallèle à la ligne des cornes, vers le centre, subissait près de leurs extrémités des déviations inverses dont la valeur à un quart de rayon de celles-ci, resta voisine de 4 à 5°. Leur sens était tel qu'en s'écartant du centre, le plan de polarisation tournait en sens inverse du rayon, alors que sur la Lune il s'est toujours montré le même en tous points à moins d'un demi-degré près.

L'explication des polarisations trouvées sur Vénus doit, semble-t-il, être cherchée par comparaison avec celles que donnent les nuages de gouttelettes d'eau. Les résultats dépendent à la fois de l'épaisseur du nuage et de la grosseur des gouttes. La courbe tracée en pointillé a été obtenue avec des gouttelettes produites par la détente d'air humide dans un ballon; elles présentaient dans la direction de la source, une vive couleur d'interférence verte, ce qui permet de leur assigner un diamètre assez constant et voisin de $4^{\mu},5$.

([1]) Il n'en a pas toujours été ainsi sur Mars, en particulier en décembre 1924 et janvier 1925 (Voir *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1645).

Les proportions de lumière polarisée trouvées ont été divisées par 3,5 pour les ramener à la valeur qu'elles devraient avoir dans le cas d'un nuage très épais ([1]).

Les deux courbes présentent une grande analogie de formes, qui n'a pas été retrouvée avec des gouttelettes de grosseur différente ni avec d'autres substances : solides, poudres, brouillards de glace et fumées; cependant leurs divergences pour les petits angles restent à expliquer.

POLARIMÉTRIE. — *Étude polarimétrique de dimolybdomalates minéraux et organiques. Sur une application de la loi d'Oudemans.* Note de MM. **E. Darmois** et **P. Gabiano**, présentée par M. A. Cotton.

Dans diverses publications, l'un de nous a étudié les propriétés des complexes formés par l'acide molybdique et l'acide malique. Les dimolybdomalates de Na et d'Am en particulier ont été obtenus cristallisés et l'on a pu montrer que leur poids moléculaire répondait à la formule

$$4MoO^3,\ 2C^4H^4O^5\overline{M^2},\ xH^2O,$$

où M désigne le métal alcalin. Pour généraliser les résultats obtenus avec la soude et l'ammoniaque nous avons étudié la neutralisation de l'acide complexe par d'autres bases et comparé les pouvoirs rotatoires des sels formés.

La méthode employée est celle qui a servi déjà pour la soude. Avec une solution de l'acide complexe $2MoO^3$, $C^4H^6O^5$, on prépare une série de solutions contenant toutes dans 50^{cm^3} une même quantité de cet acide et une quantité croissante de la base étudiée. Celle-ci est ajoutée, soit directement (K, Ba, bases organiques), soit sous forme d'oxyde fraîchement précipité (Cu, Ni), soit sous forme de carbonate (Li, Ca). On mesure la rotation α_{2dm} du liquide pour les raies du mercure. Cette rotation croît d'abord avec la quantité de base, passe par un maximum, puis décroît rapidement. La courbe des (α), en fonction de la quantité de base utilisée, présente en même temps pour toutes les couleurs une cassure très nette, dont l'abscisse correspond dans tous les cas étudiés à un sel de même type que celui d'Am.

([1]) Ce chiffre est déduit de l'étude de solutions colloïdales de résines; celles-ci ont donné lorsqu'elles étaient entièrement opaques, des courbes de même forme que lorsqu'elles étaient très diluées, mais avec des polarisations 3 à 4 fois plus faibles pour tous les angles de diffusion.

Pour toutes les bases, en partant de la solution la plus active, nous avons ainsi pu obtenir à l'état cristallisé les sels de Li, K, Ba, Ca, méthylamine, diéthylamine, aniline, *p*-toluidine. Les sels de Cu et de Ni n'ont pu être obtenus cristallisés jusqu'ici. Les bases organiques secondaires et tertiaires donnent en général des composés trop peu solubles. Les nombres de molécules d'eau de cristallisation varient d'un sel à l'autre; quelques-uns sont donnés dans le tableau suivant :

Sel.......	Li.	Am.	Na.	K.	Ca.	Ba	Aniline.
x.......	12	5	9	5	18	12	1

Ces sels sont, en général, efflorescents à la température ordinaire; ils perdent régulièrement leur eau de cristallisation après une demi-heure de chauffage à 100°.

Le pouvoir rotatoire de tous ces sels varie de la même façon avec la concentration; il diminue en solution étendue. Les deux tableaux suivants donnent cette variation pour les deux sels d'Am et de Ca, pour la température de 20° et pour la raie verte du mercure.

*Sel d'*Am.

C......	0,01.	0,025.	0,05.	0,1.	0,25.	0,5.	
$(\alpha)_v$.....	62,5	113	153	180	212	224,0	
C.....	1.	2.	5.	10.	20.	30.	40.
$(\alpha)_v$.....	237,0	243,5	250,3	253,8	255,5	256,0	256,5

Sel de Ca.

C......	1.	2,01.	5,04.	10,1.	20,15.	30,25.	49,80.
$(\alpha)_v$.....	181	191,5	198,3	200,0	201,8	202,8	204,6

Nous avons comparé les pouvoirs rotatoires moléculaires $(M)_v$ de tous les sels ainsi préparés. Pour le calcul de $(M)_v$, on utilise généralement les pouvoirs rotatoires spécifiques pour des solutions étendues, sous prétexte que c'est dans ces solutions que l'ionisation est complète. Ce procédé est impossible à employer ici; les sels sont très probablement décomposés en solution étendue, comme le montre la variation énorme de $(\alpha)_v$ pour le sel d'Am. Il est indiqué de construire la courbe de $(M)_v$ en fonction de la concentration moléculaire $\left(\frac{C}{M}\right)$ et de comparer les différents sels à des concentrations moléculaires correspondantes, en attachant une importance par-

ticulière aux concentrations élevées, où l'on a des chances d'approcher le vrai pouvoir rotatoire du sel. Le tableau suivant donne quelques valeurs de $(M)_v$ relevées sur les courbes :

Sel.	$(M)_v$ pour $\frac{C}{M} \cdot 10^3$ égal à 0,5.	1.	1,5.	2.	5.	10.	20.	40.
Li.......	"	2350	"	2430	2485	2520	2532	2545
Am......	2245	2380	"	2435	2505	2542	2560	2570
Na.......	"	2340	"	2415	2490	2535	2555	2560
K.......	"	2380	"	2435	2505	2535	2550	2560
Ca.......	"	2310	"	2405	2475	2500	2520	2550
Ba.......	2220	2330	2390	2415	2480	"	"	"
Aniline...	2250	2350	2405	"	"	"	"	"

La loi d'Oudemans (constance de la rotation moléculaire) se vérifie donc assez bien pour toute la série; les différences de $(M)_v$ pour la concentration 40 sont de l'ordre des erreurs d'expérience; il est vraisemblable que l'on aurait des nombres analogues pour les sels de Ba et d'aniline, peu solubles. Quelle que soit la base, même faible (ammoniaque, aniline), le pouvoir rotatoire moléculaire est le même; il caractérise l'anion

$$[4\,MoO^3,\ 2\,C^4H^6O^5]^{\cdots}$$

et l'état d'ionisation de ces sels, en solution concentrée, doit être le même. On admet assez généralement aujourd'hui que l'ionisation des sels est complète.

On peut vérifier de même que la dispersion rotatoire de ces sels est la même. Nous avons déterminé, pour les concentrations 30, 40, 50 suivant les solubilités, les rapports de dispersion $\frac{(\alpha)_v}{(\alpha)_J}$ et $\frac{(\alpha)_I}{(\alpha)_J}$ (I et J, raies indigo et jaune du mercure). Pour tous les sels étudiés, ces rapports sont respectivement 1,161 ($\pm$ 0,001) et 2,274 ($\pm$ 0,002) à 20°. Ils sont également caractéristiques de l'anion ci-dessus et on les retrouve même pour les solutions des sels de cuivre et de nickel où les cations sont colorés. Ces rapports varient fort peu avec la concentration et sont pratiquement les mêmes, aux erreurs près, pour $C = 2$ et pour $C = 40$.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *L'absorption de résonance dans le domaine des rayons X.* Note de M. V. **Posejpal.**

Les travaux de M. Barkla, de M. de Broglie et de M. Auger ont prouvé que, dans l'effet photo-électrique des rayons X, l'émission secondaire d'énergie électronique est plus grande et celle d'énergie électromagnétique plus petite que ne le donnent les calculs basés sur la loi d'Einstein. On peut, ainsi que je l'ai montré (*Soc. roy. des Sc. de Bohême*, 1925), rétablir la concordance entre l'expérience et la théorie de l'effet photo-électrique en admettant l'absorption de résonance dans les premiers membres des séries spectrales des rayons X. En effet, ces séries ont le caractère des séries d'absorption. L'atome normal ne peut y présenter l'absorption par les raies, mais l'atome ionisé ou excité à ses niveaux internes doit le faire, surtout tant qu'il s'agit du premier membre de chaque série.

Contrôle expérimental. — Je me suis servi de la série K du tungstène. Une feuille de tungstène a été interposée entre la fente d'un spectrographe Seemann et la plaque photographique, de manière à couvrir le spectre ainsi obtenu par une bande centrale absorbante. J'ai mesuré, au moyen d'un microphotomètre, les densités dans les raies α_2, α_1, β_1 ainsi que dans les autres quatre positions spectrales se trouvant à proximité de ces lignes, et dont les longueurs d'onde λ, peu différentes d'une plaque à l'autre, ont été évaluées avec un petit comparateur. Ces mesures m'ont permis de trouver le coefficient massique d'absorption, $\mu:\rho$, au facteur γ près de la formule $D = A + \gamma \log E$, qui relie la densité D à l'éclairement E.

J'ai déterminé ce facteur pour chaque plaque, en admettant pour le spectre continu l'égalité $\frac{\mu}{\rho} = \frac{\mu_0}{\rho}$, $\frac{\mu_0}{\rho}$ étant calculé d'après la formule de Bragg et Peirce. Ayant ainsi γ, j'ai déterminé $\mu:\rho$ pour les raies α_2, α_1, β_1. Le Tableau I contient les résultats. La première colonne donne la raie en question et sa longueur d'onde; la deuxième, le coefficient massique d'absorption $\mu:\rho$, tel qu'il a été obtenu sur la plaque : *a*, feuille absorbante, $0^{mm},2$; *b*, $0^{mm},2$; *c*, $0^{mm},1$; *d*, feuille absorbante, $0^{mm},1$ se trouve à quelques millimètres seulement de la plaque. La troisième colonne donne le coefficient $\mu_0:\rho$, calculé en posant pour la dispersion $\sigma:\rho = 0,2$. Les quatrième et cinquième colonnes apportent, d'une manière analogue, les coefficients

massiques d'absorption de fluorescence $\tau:\rho$ et $\tau_0:\rho$. La sixième colonne donne enfin le rapport $\frac{\tau}{\rho}:\frac{\tau_0}{\rho}$, pour chaque raie et chaque plaque séparément, ainsi que la moyenne pour chaque ligne. Cette colonne montre nettement que l'absorption de la raie β_1 est, dans les limites de précision de nos mesures, égale à sa valeur calculée, c'est-à-dire que l'absorption de la raie β_1 est normale.

Pour les raies α_2 et α_1 on a, au contraire, des valeurs anormalement élevées, cinq à six fois, en moyenne, plus grandes que ne les donne le calcul. On a donc, pour ces raies, une forte absorption sélective, ce qu'on peut facilement comprendre en admettant l'existence d'une absorption de résonance de ces mêmes raies toutes les fois qu'une ionisation, ou excitation de l'atome, a lieu aux niveaux L_2 et L_3. Le Tableau II montre que la valeur $\frac{\tau'}{\rho}\left(=\frac{\tau}{\rho}-\frac{\tau_0}{\rho}\right)$, exprimant l'augmentation d'absorption des raies α sur l'absorption normale, est plus grande pour la raie α_1 que pour la raie α_2. Un raisonnement simple, basé sur l'admission d'une absorption de résonance, montre que ces valeurs doivent être, en première approximation, dans le rapport des nombres des électrons, présents normalement sur les niveaux L_3 et L_2. Or on a, d'après M. Stoner, 4 électrons sur L_3 et 2 électrons sur L_2, ce qui donne le rapport $\left(\frac{\tau'}{\rho}\right)_{\alpha_1}:\left(\frac{\tau'}{\rho}\right)_{\alpha_2}=2$.

Malgré la précision insuffisante de mes mesures, la troisième colonne du Tableau II laisse voir au moins une tendance des résultats obtenus vers le nombre théorique.

Tableau I.

	$\frac{\mu}{\rho}$ mes.				$\frac{\mu_0}{\rho}$ calc. Bragg-Peirce.	$\frac{\tau}{\rho}=\frac{\mu}{\rho}-0,2$ mes.			
λ Å.	*a.*	*b.*	*c.*	*d.*		*a.*	*b.*	*c.*	*d.*
$\alpha_2=0,21348$....	0,375	0,461	0,410	0,308	0,240	0,175	0,261	0,210	0,108
$\alpha_1=0,20867$....	0,404	0,532	0,417	0,433	0,238	0,204	0,332	0,217	0,233
$\beta_1=0,18426$....	0,228	0,218	0,229	0,254	0,226	0,028	0,018	0,029	0,054

λ Å.	$\frac{\tau_0}{\rho}=\frac{\mu_0}{\rho}-0,2$ calc. Bragg-Peirce	$\frac{\tau}{\rho}:\frac{\tau_0}{\rho}$. *a.*	*b.*	*c.*	*d.*	Moyenne.
$\alpha_2=0,21348$...	0,040	4,4	6,5	5,3	2,7	4,7
$\alpha_1=0,20867$...	0,038	5,4	8,7	5,7	6,1	6,5
$\beta_1=0,18426$...	0,026	1,1	0,7	1,1	2,1	1,2

TABLEAU II.

	$\frac{\tau'}{\rho}=\frac{\tau}{\rho}-\frac{\tau_0}{\rho}$				$\left(\frac{\tau'}{\rho}\right)_{\alpha_2}:\left(\frac{\tau'}{\rho}\right)_{\alpha_1}$				
	a.	*b.*	*c.*	*d.*	*a.*	*b.*	*c.*	*d.*	Moyenne.
α_2..	0,135	0,221	0,170	0,068	1,23	1,33	1,06	2,86	1,62
α_1..	0,166	0,294	0,179	0,195					

GÉOLOGIE. — *Sur la présence d'un lit de houille dans les terrains métamorphiques au sud de Limoges.* Note de M. **Jean Gandillot.**

Dans les courses que je poursuis en Limousin, j'ai reconnu l'existence au sud de Limoges d'un affleurement de houille. Cet affleurement se rencontre au milieu d'un massif éruptif désigné sur la carte sous le nom de leptynite, et est séparé de ce dernier, par une mince bande de schistes métamorphiques. L'étude microscopique de ces diverses roches donne les résultats suivants :

Le massif éruptif est en réalité constitué par un granite monzonitique à biotite dont le feldspath potassique est du microcline et qui est structuralement déformé par écrasement ; les schistes métamorphiques qui se trouvent entre cette roche et la houille ont une puissance d'une dizaine de mètres; ils montrent des lits de quartz déformés eux aussi par écrasement et alternant avec de la séricite en grandes lames et de la matière charbonneuse en quantité déjà importante.

Quartz séricite et charbon forment à eux seuls la roche qui n'est pas une roche clastique mais un schiste cristallin.

Il est intéressant de constater que l'on ne rencontre pas de roche sédimentaire ayant conservé sa structure initiale.

Quant à la houille elle-même, elle se présente suivant une orientation SSE-NNW, celle des plis armoricains de la région. J'ai pu en repérer l'affleurement à des points distants de 150^{m} environ, la puissance de la houille ne dépassant pas 8 à 10^{cm}.

Ce charbon d'une densité faible, d'une cassure brillante, a donné à l'analyse les résultats suivants :

Carbone fixe	58,23	pour 100
Matières volatiles	29,70	»
Humidité	1,82	»
Cendres	9,85	»
Soufre	0,40	»
Pouvoir calorifique	6048	calories.

Aucune trace d'organisme fossile n'ayant jamais été trouvée, l'âge de cette houille est donc indéterminé comme son importance d'ailleurs, mais le fait certain est la présence d'anciennes roches sédimentaires à aspect de schiste cristallin renfermant de la houille.

GÉOLOGIE. — *Sur la tectonique des montagnes entre Montalban et le littoral de la province de Castellon (Espagne).* Note de MM. **P. Fallot** et **R. Bataller**, présentée par M. Pierre Termier.

Nous avons montré que les plis de la bordure est et sud-est du vaste massif crétacé qui s'étend de Tortosa à Montalban et Castellon témoignent d'une poussée SE-NW, mais que dans le massif d'Alcorisa les accidents sont poussés du Sud au Nord, et qu'entre Alcorisa et Gargallo, ils subissent une torsion qui leur fait épouser la direction NW-SE des plis de la bordure nord-est de la Meseta [1]. Dès le sud de Montalban les plis affectent presque uniquement la puissante série de Calcaires à *Toucasia*, de couches continentales et de niveaux à Orbitolines qui forme le Crétacé inférieur. Ce n'est que localement que des lambeaux de Cénomanien, de Maëstrichtien ou de Tertiaire y ont été conservés.

I. *Région de Montalban-Utrillas.* — Dès l'ouest de Gargalló, réapparaissent, comme dans le massif d'Alcorisa, des plis orientés E-W, qui s'étendent jusqu'à Portalrubio par la région minière célèbre d'Utrillas. M. H. Joly [2] y avait décrit, au sud de Montalban, des charriages poussés du Sud au Nord, abordant en biseau les plis de la chaîne bordière de la Meseta qui limite au Sud-Ouest le bassin de l'Èbre. Nous sommes d'accord avec lui en ce qui concerne la direction de poussée, mais nous croyons devoir préciser qu'elle ne peut s'observer que sur une longueur de 35^{km}, de Castel de Cabra à Portalrubio, et sur une largeur de 10 à 15^{km}. De plus, l'étude de six coupes transversales réparties sur un front de 17^{km} de la bordure nord du massif crétacé, nous fait estimer qu'il n'y a pas ici de charriages au sens étroit du terme. Tous les contacts anormaux observés peuvent s'interpréter comme des plis-failles ou des plis faiblement déversés ou couchés, en un mot comme dus à des phénomènes strictement locaux, sur la bordure sud de l'étroit

(1) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 226.

(2) H. Joly, *Sur l'existence de phénomènes de charriage à l'extrémité orientale de la chaîne ibérique, près de Montalban* (*Comptes rendus*, 174, 1922, p. 820).

bassin tertiaire qui s'étend en direction E-W par Vivel del Rio, Montalban, Castel de Cabra, vers Gargallo et Los Olmos. A la zone disloquée bordant ce synclinal, fait suite au Sud le bassin minier proprement dit dont la partie fertile est affectée d'un repli anticlinal connu de Palomar aux mines d'Utrillas et qui se prolonge, ainsi que l'a vu M. Faura y Sans, jusqu'à Portalrubio [1].

Le Crétacé à lignites est recouvert au sud de cet axe secondaire par le Cénomanien (Coquand), dont le large anticlinal de la Meseta de S. Just est principalement formé. Le flanc sud de ce pli s'enfonce doucement sous le Tertiaire détritique ancien et récent occupant une dépression synclinale suivie à peu près par le Val de Jarque et se poursuivant vers l'Est jusqu'au delà d'Aliaga et de Campos où apparaissent nettement les rapports des deux Tertiaires.

L'anticlinal de la Meseta de S. Just est affecté de petits plis de détail déversés au Nord et coupé de petits plis-failles transversaux, de faible rejet. Vers l'Est, entre Palomar et Cirujeda, les axes des plis subissent une torsion et prennent la direction NW-SE. Il en résulte, autour d'Aliaga et de Campos, une série de dômes serrés dont les pendages périphériques atteignent presque à la verticale.

II. *Région Aliaga, Mora de Rubielos, Morella.* — Dès le sud d'Aliaga, les accidents prennent la direction NNW-SSE, et dessinent une série de plis parallèles que nous avons traversés de l'WSW à l'ENE. Ils comportent :

1. A l'est d'Ababuj, une zone anticlinale allongée de la Sierra de las Padreras (ouest d'Aliaga) à Alcala de la Selva. A cette localité le pli devient aigu et fait apparaître du Lias et du Keuper redressés à la verticale.

2. Un large synclinal débutant vers Aliaga et s'évasant vers le Sud. Le massif de Peñarroya (2018m), formé de Crétacé inférieur à Orbitolines, correspond à la partie horizontale des couches du fond de ce pli.

3. Un anticlinal très aigu, sur le prolongement de la ligne des dômes de Campos-Aliaga, suivi par la haute vallée du Rio Guadalope et s'atténuant vers le sud de Villaroya de los Pinares. Les Sierras de la Lastra et de Sotavientos appartiennent à la retombée nord-est de ce pli, et l'incurvation de la dernière d'entre elles traduit l'enfoncement périclinal des couches vers le Sud-Est. Le Crétacé à Orbitolines y supporte du Maëstrichtien.

4. Le synclinal suivant (Altos de la Cañada-Pitarque) montre du Garumnien à Lychnus redressé à la verticale au versant sud-ouest de la Sierra de las Dehesas.

5-8. L'anticlinal aigu de la Sierra de las Dehesas, le synclinal de Cantavieja large de 18km, l'anticlinal aigu de l'ouest de Cinctorres et le large synclinal de Morella qui

(1) Faura y Sans, *Algo sobre los lignitos cretacicos de Portalrubio Teruel* (*Bol. Real. Soc. Española de Hist. Nat.*, 20, 1920, p. 218).

font suite à ces plis vers le Nord-Est, ne comportent ici que les couches rouges et les marnes à Orbitolines du Crétacé inférieur.

Ces étroits anticlinaux aigus séparant de larges synclinaux ne se prolongent vers le Sud-Est que de 40 à 45^{km} et se terminent périclinalement sans atteindre la zone littorale où nous avons mentionné l'existence de plis allongés du Sud-Ouest au Nord-Est. Peut-être, toutefois, les gauchissements irréguliers visibles dans la région de Chert, Cati, S. Matéo, et les accidents du petit bassin de schistes bitumineux oligocènes qui s'étend non loin d'Onda, entre Araya et Ribesalbes, témoignent-ils de l'interférence atténuée des deux systèmes de plis.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Valeurs des éléments magnétiques à la station du Val-Joyeux (Seine-et-Oise) au 1er janvier 1926.* Note de MM. L. **Éblé** et J. **Itié**, présentée par M. Daniel Berthelot.

Les observations magnétiques ont été continuées en 1925 à la station du Val-Joyeux, dépendant de l'Institut de Physique du Globe de Paris, dans les mêmes conditions que les années précédentes.

Les valeurs des éléments magnétiques au 1er janvier 1926 résultent des moyennes des valeurs horaires relevées au magnétographe Mascart le 31 décembre et le 1er janvier et rapportées à des observations absolues faites par l'un de nous les 30 décembre et 2 janvier.

La variation séculaire des différents éléments est déduite de la comparaison entre les valeurs actuelles et celles qui ont été données pour le 1er janvier 1925.

Valeurs absolues et variation séculaire des éléments magnétiques à la station du Val-Joyeux (latitude : 48°49′16″ ; longitude 2°0′52″ E. Gr.).

	Valeurs absolues pour l'époque 1926,0.	Variation séculaire.
Déclinaison	11°50′,3	−11′,0
Inclinaison	64°40′,2	−[illegible]′,1
Composante horizontale	0,19645	−0,00020
» verticale	0,41504	+0,00024
» nord	0,19227	−0,00005
» ouest	0,04030	−0,00071
Force totale	0,45920	+0,00015

BOTANIQUE. — *Méthodes et résultats dans l'hybridation des Lins à fibres.* Note (¹) de M. L. Blaringhem, présentée par M. L. Guignard.

Les fleurs des Lins sont passagères et fragiles; toutes sont d'une sensibilité exquise; chez certaines espèces, les mutilations résultant de la castration des fleurs déterminent l'autotomie spontanée des boutons (²). Les sortes cultivées de *Linum usitatissimum* L. et de leur ancêtre sauvage *L. angustifolium* Huds. sont d'ordinaire autofécondées; les étamines mûres, serrées autour des stigmates roulés en torsades, y déposent leur pollen quelques minutes avant l'étalement des corolles; dès que les tubes polliniques ont pénétré dans les stigmates, les pétales tombent au moindre souffle et aussi, quelques heures plus tard, les anthères vides qui ont viré au bleu en se desséchant. Ces particularités traduisent des réactions physiologiques intenses au cours des étapes rapides de la pollinisation et de la fécondation: elles expliquent la difficulté d'obtenir par la fécondation artificielle les nombreuses graines nécessaires à l'étude comparée de la production des fibres des lignées hybrides.

Depuis 1919, je réalise chaque année environ une centaine de pollinisations illégitimes de Lins à fibres et les résultats varient notablement selon les techniques employées: au début de mes études, la moyenne des graines hybrides obtenues d'une fleur artificiellement fécondée était inférieure à 2; en 1925, malgré des conditions climatériques peu favorables, elle a dépassé 8 (maximum possible 10). Les progrès réalisés sont mis en évidence par le Tableau suivant:

Croisements directs et réciproques.	Fleurs castrées.	Fruits noués.	Ovules fécondés.	Graines par fruit.
1920. *usitatissimum + usitatissimum* ...	81	27	140 + (13)	1 à 9
1920. *usitatissimum + angustifolium* ..	53	23	101 + (4)	1 à 9
1923. *usitatissimum + usitatissimum* ...	171	142	1190 + (84)	4 à 10
1925. *usitatissimum + usitatissimum* ...	54	53	446 + (23)	6 à 10
1925. *usitatissimum + angustifolium* ..	60	49	355 + (22)	2 à 10

La proportion des ovules fécondés, mais vides (chiffres entre parenthèses), en 1920 est plus faible pour les combinaisons interspécifiques que pour les combinaisons de variétés d'*usitatissimum*. Ce résultat inattendu fut confirmé par l'obtention, pour les

(¹) Séance du 18 janvier 1926.

(²) L. Blaringhem, *Autotomie de fleurs provoquées par des mutilations* (*C. R. Soc. Biol.*, Paris, 85, 30 juillet 1921, p. 440).

premières, d'une moyenne plus élevée de bonnes graines par fruit. Dès cette année, j'eus l'intuition que la pollinisation et la fécondation des Lins exigeaient des conditions spéciales.

En 1920, j'avais castré, isolé, et fécondé 2-3 jours après, plusieurs fleurs d'une même grappe : d'âges différents, chez *usitatissimum* où les grappes sont peu fournies, sensiblement de même âge chez *augustifolium* à grappes lâches et très ramifiées. J'attribuai à cette circonstance les réussites avec cette dernière espèce; il faut castrer les fleurs un jour ou deux *au plus* avant la pollinisation. Toutes les fécondations opérées en 1923 résultent de dépôt de pollen sur les stigmates roulés le lendemain du jour où la castration eut lieu et la proportion des bonnes graines par fruit (7) fut élevée. Une difficulté sérieuse m'obligea à modifier la méthode; pour étudier l'hérédité de caractères végétatifs, tels que la longueur et le nombre des fibres, il faut partir de combinaisons sexuelles de deux individus seulement, et les meilleurs Lins à fibres, donnant peu de fleurs, n'avaient, pour un jour ou deux, qu'une seule fleur à point pour la castration. Les résultats favorables de 1923 fournirent 1190 hybrides qui durent être suivis en 142 lots, bien que le nombre des lignées étudiées fût inférieur à une dizaine.

En 1925, je réalisai la fécondation un quart d'heure après la castration de fleurs sur le point de s'ouvrir. J'avais constaté qu'à Bellevue (S.-et-O.) cette ouverture a lieu entre $6^h 30^m$ et 7^h par matinée chaude, entre $7^h 30^m$ et 8^h par matinée tempérée sèche, entre 8^h et 9^h par temps couvert ou humide; je profitai du quart d'heure précédant l'ouverture pour castrer. Une autre difficulté s'est présentée; les étamines doivent être fermées pour la castration, bien ouvertes pour la pollinisation; je l'ai tournée en cultivant les lots d'étude parallèlement au plein soleil et à l'ombre: le retard de 20 à 30 minutes de l'ouverture des fleurs à l'ombre laisse une marge suffisante pour la castration et la pollinisation de 20 à 30 fleurs avec du pollen frais.

Le procédé est simple et logique : réaliser la fécondation illégitime en suivant strictement le processus normal, et je ne le présente pas comme une nouveauté. Mais les résultats sont nouveaux; il y a peu d'exemples connus où l'influence de l'état des fleurs au moment de la pollinisation soit établi avec rigueur. Je montrerai ailleurs que les poids des graines formées dans ces conditions est aussi très élevé. En raison du nombre des opérations réalisées dans ces conditions précises, je suis autorisé à attribuer à la divergence spécifique les différences de productions de graines par fruit : 8 à 9 dans les combinaisons de variétés d'*usitatissimum*, 5 à 6 dans les combinaisons d'espèces *angustifolium* + *usitatissimum*.

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE. — *La croissance du corps et des organes du Pigeon.* Note (¹) de Mlle **Laura Kaufman**, présentée par M. Henneguy.

Nous avons examiné la corrélation morphologique du corps et des organes pendant le développement postembryonnaire du Pigeon afin d'analyser les facteurs intrinsèques de la croissance. Le poids du corps et des organes fut examiné les 1er, 3e, 5e, 7e, 9e, 11e, 13e et 15e jours après l'éclosion; plus tard, tous les 6 jours, le 21e et le 27e jour, aussi bien chez le jeune Pigeon de plus ou moins trois mois que chez le vieux Pigeon âgé au moins d'un an. Nous avons examiné 10 individus de chaque âge, soit au total 120 Pigeons.

La croissance des Pigeons étant plus rapide pendant les premiers jours de leur vie (voir le tableau), la forme en S qui caractérise la courbe de la croissance rapide du poids des Poules et des Canards est un peu effacée chez les Pigeons. Après une période de croissance qui dure à peu près un mois, l'accroissement n'a lieu que très lentement. En prenant comme unité le poids du Pigeon après son éclosion, nous voyons que son poids augmente pendant le premier mois de 22 unités, tandis qu'après les deux mois suivants, il ne s'accroît que de 2,6 unités, et le poids d'un vieux Pigeon est de 4,5 unités plus grand que celui du jeune oiseau de trois mois.

Poids du Pigeon et de ses organes calculés par rapport à leurs poids du premier jour pris comme unité.

Jours	1.	3.	5.	7.	9.	11.	13.	15.	21.	27.	3 mois.	Vieux pigeon.
Pigeon entier	1	2,0	4,2	6,2	9,4	11,6	12,7	16,1	21,4	23,0	25,6	30,1
Substance sèche du pigeon entier	1	1,8	4,3	7,5	10,8	13,8	15.5	20,8	32,3	35,1	46,9	59,1
Cœur	1	2,4	4,7	9,4	12,2	14,2	15,4	17,2	19,1	22,1	28,0	29,3
Foie	1	3,2	7,2	12,8	16,6	17,3	18,5	20,5	23,9	22,9	17,9	16,2
Substance sèche du foie	1	3,5	7,1	13,1	16,1	17,9	18,7	22,3	25,2	25,0	20,6	〃
Pancréas	1	4,8	12,3	31,7	35,0	46,0	50,1	58,8	70,4	74,1	39,6	35,9
Substance sèche du pancréas	1	3,2	9,3	23,8	28,9	37,2	40,6	48,8	60,0	62,2	36,8	〃
Reins	1	2,2	4,7	7,9	9,8	8,9	11,6	12,6	14,4	14,0	10,4	8,7
Tube digestif	1	3,5	8,7	15,4	19,6	27,3	28,2	33.6	36,4	37,7	22,5	〃
Cerveau	1	1,4	1,9	2,6	3,0	3,4	3,8	4,2	5,1	5,4	6,4	6,7
Yeux	1	1,4	1,7	2,1	2,4	2,6	2,8	3,1	3,6	3,7	4,2	4,7
Muscle pectoral	1	〃	〃	〃	〃	〃	18,5	〃	〃	〃	141,0	166,0

(¹) Séance du 18 janvier 1926.

Afin de résoudre la question de savoir si l'accroissement considérable du poids n'est pas en premier lieu dû à l'augmentation de la teneur en eau, nous avons déterminé la quantité de substance sèche du Pigeon pendant sa croissance. Les chiffres du tableau démontrent que ce n'est que pendant les trois premiers jours que l'accroissement de la matière sèche du Pigeon est un peu moindre que celui de la substance fraîche. Dès la 7e journée, il y a une grande augmentation de la matière sèche; le pourcentage de la quantité d'eau diminue. Donc, même pendant une croissance très rapide, l'augmentation du poids dépend de la synthèse des matériaux du corps.

La croissance du cœur est tout à fait analogue à celle du corps entier, ce qui prouve que, pendant toute la vie du Pigeon, il existe une corrélation directe entre le poids du corps et le poids du cœur et que le poids du cœur en pourcentage du poids du corps ne varie que très peu. Le poids du cerveau et le poids des yeux en voie de croissance sont aussi en corrélation positive avec celui du corps, mais leur pourcentage va en s'abaissant. Le poids du foie, du pancréas du tube digestif, des reins, aussi bien que des surrénales et de la rate n'augmente que pendant les premiers 21 à 28 jours. Après cette période de croissance rapide, non seulement le poids relatif, mais même le poids absolu de ces organes diminue considérablement. Une réduction analogue des organes n'a été observée pendant la croissance des animaux supérieurs que par rapport au thymus qui subit une involution physiologique. Les chiffres relatifs aux poids de la matière sèche du foie et du pancréas démontrent que la réduction de ces organes n'est pas l'effet d'une perte d'eau, mais que la substance sèche de ces glandes diminue aussi.

L'accroissement des muscles pectoraux n'est que modéré pendant la croissance la plus rapide du tube digestif et des glandes, tandis que pendant leur réduction les muscles pectoraux s'accroissent très vite, le poids du muscle pectoral d'un Pigeon de trois mois étant 141 et d'un vieux Pigeon 166 fois plus grand que celui d'un oiseau nouvellement éclos.

La croissance du foie, du pancréas, du tube digestif, des reins, etc., du Pigeon, dès la troisième semaine de sa vie, ne peut pas être représentée par l'équation de Robertson $\left[\log \frac{x}{A - x} = k(t - t_1)\right]$. Comme le poids de ces organes diminue pendant cette période avec l'âge, x est plus grand que A et l'expression $\log \frac{x}{A - x}$ étant négative, l'équation devient impossible.

La courbe de la croissance du corps entier monte continuellement malgré la chute considérable des courbes des glandes et du tube digestif, ce qui démontre que la courbe de croissance du corps n'est que la résultante des courbes des organes particuliers. En effet, le poids du corps s'accroît pendant cette période grâce au développement des muscles et du squelette. L'alimen-

tation des Pigeons et le fonctionnement de leurs muscles doivent être considérés comme la cause de la corrélation négative existant entre le poids des organes de la cavité abdominale et celui des muscles. Le petit Pigeon qui reste dans le nid jusqu'à la troisième semaine est abondamment nourri par ses parents, le poids du contenu de sa gave montant jusqu'à 41 pour 100 du poids du corps entier, tandis que chez le Pigeon de trois mois, il n'est que 4,7 pour 100 du poids de l'oiseau. Les grandes exigences créées par une nourriture aussi abondante provoquent une hypertrophie fonctionnelle du tube digestif et des glandes. D'autre part, la croissance la plus rapide des muscles est concomitante avec le développement de la fonction du vol. La concurrence dans l'alimentation des organes cause un abaissement du niveau nutritif des organes du système alimentaire, dont le travail est réduit pendant cette période. De telles transformations et réductions de certains organes au profit des autres sous l'influence d'un changement du mode de vie n'ont pas encore été décrites chez les Vertébrés supérieurs. Une certaine analogie se rencontre chez les Amphibiens pendant la métamorphose.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Variations de l'inuline chez le Topinambour greffé*, Note de M. **Lucien Daniel**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Poursuivant mes recherches sur les variations du chimisme chez les plantes greffées, j'ai étudié d'une part la répartition de l'inuline dans les tissus des tissus aériens du Topinambour et d'autre part les proportions relatives de cette substance dans les tubercules souterrains provenant, soit d'olodibioses, soit d'hyperbioses variées, effectuées en 1923 et en 1924.

J'ai indiqué déjà que les tubercules aériens des épibiotes et des hyperbiotes renflés des Topinambours greffés ou surgreffés avec le Soleil, le *Silphium*, le *Madaria*, etc., présentent une couleur violette très accentuée et que c'est une preuve de leur changement de chimisme. Or, si après un séjour convenable dans l'alcool à 90°, on examine des coupes transversales de ces organes, on constate que, à l'abri de cet écran violet, qui ne laisse plus passer les radiations inhibitrices, de l'inuline s'est formée dans les cellules de l'écorce et que ses cristaux s'y trouvent en contact avec la chlorophylle, bien qu'en quantité moindre que dans les parties incolores.

Chez l'hyperbiote Topinambour placé sur *Silphium*, la croissance avait été très faible en longueur; les feuilles étaient très rapprochées et l'épiderme avait une coloration violette très vive; la base de l'hyperbiote était renflée et s'était transformée en magasin de réserve. Non seulement l'inuline se trouvait dans les cellules chlorophylliennes, mais elle coexistait avec l'amidon dans l'endoderme. Chez celui-ci, certaines cellules ne contenaient ni amidon ni inuline; d'autres possédaient seulement l'une ou l'autre de ce

substances; enfin, dans quelques-unes, les plus nombreuses, les deux produits existaient à la fois, soit espacés, soit réunis, montrant ainsi très nettement la transformation de l'amidon en inuline. L'intensité relative du phénomène et les proportions d'inuline étaient surtout marquées dans la partie la plus renflée de l'hyperbiote et au voisinage de l'insertion des feuilles.

Si l'on examine des coupes transversales faites à un même niveau dans les tiges aériennes et les tubercules des Topinambours ayant porté des hyperbiotes et des mésobiotes ou des épibiotes d'espèces variées, on est frappé des différences considérables existant entre les proportions de l'inuline qu'ils contiennent. Ainsi les tiges aériennes de Topinambour ayant porté le *Madaria*, l'*Ambrosia*, etc., cueillies en novembre, ne contenaient pas d'inuline quand chez les Topinambours greffés avec le Soleil annuel, on trouvait parfois quelques cristaux et chez les Topinambours ayant servi d'hypobiote à l'*Heliopsis* ou aux *Helianthus* vivaces (*H. multiflorus*, *H. orgyalis*, etc,), l'inuline était abondante.

Le greffage, comme je l'ai indiqué, détermine chez les tubercules du Topinambour de grandes variations, tant comme forme que comme nombre, volume ou poids. J'ai examiné la répartition de l'inuline dans des tubercules de Topinambour, récoltés en novembre 1924 et provenant de greffes diverses. J'ai constaté que l'inuline était très abondante dans les tubercules provenant des olodibioses d'*Heliopsis* et de diverses *Helianthus* vivaces (*H. orgyalis*, *H. multiflorus*, etc.). Elle était beaucoup moins abondante dans les tubercules des olodibioses de Soleil annuel. Enfin, chez des greffes d'*Ambrosia trifida* sur Topinambour, les tubercules, quoique bien formés, ne contenaient plus d'inuline. Dans les hyperbioses, on observe des phénomènes de même ordre ; quelquefois même plus accentués puisque le Topinambour peut ne plus se tuberculiser du tout (hyperbioses de Topinambour et de *Rudbeckia* faites en 1923). On ne peut donc juger des variations de l'inuline par l'examen du volume ou du poids des tubercules, car on aurait ainsi le poids ou le volume des réserves totales, mais non la valeur relative des composants.

Ces faits, contrôlés par M. P.-A. Dangeard et par d'autres botanistes, montrent bien que, dans la lutte qui s'établit obligatoirement entre des associés dont les fonctions sont différentes, chacun de ceux-ci met en jeu toutes les réactions, toutes les corrélations dont il dispose en vue d'établir un *modus vivendi* acceptable dans les conditions biologiques défectueuses où il se trouve placé. C'est ainsi que des parties aériennes du Topinambour, obligées accidentellement à jouer le rôle de magasin de réserve réservé aux parties incolores, masquent leur chlorophylle à l'aide d'un écran violet qui ne laisse plus passer les radiations faciles à déterminer au spectroscope

et qui empêchent la formation de l'inuline dans les parties vertes non protégées. C'est de cette façon que, dans certaines cellules, on voit apparaître des corps qui ne s'y trouvent pas normalement ou se faire des transformations (destructions ou polymérisations) qui n'existent pas chez les témoins. Il n'est pas besoin d'insister pour faire comprendre tout le parti que la physique et la chimie biologiques pourraient tirer de l'étude microchimique rationnelle des symbioses, qui a été beaucoup trop négligée jusqu'ici.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Signification morphologique et fonctionnelle de la pseudobranchie des Poissons*. Note de M. F. **Granel**, présentée par M. Henneguy.

La pseudobranchie des Poissons est originellement une hémibranchie rudimentaire développée dans la première poche branchiale ou évent, même chez les Téléostéens (Dohrn). Le terme rudimentaire n'indique pas qu'elle est un simple reste d'une branchie ayant fonctionné autrefois pour la respiration. Il signifie simplement que la pseudobranchie est bâtie sur le modèle des branchies, mais que ses lames sont moins nombreuses, moins étendues et bien moins riches en lamelles latérales que les lames de la branchie. Ceci n'est pas le fait d'une régression, mais provient de ce que la pseudobranchie s'est formée dans une fente branchiale dont la destinée est très particulière. Chez les Sélaciens où, cependant, la pseudobranchie a sans conteste, au début du développement, une fonction respiratoire par ses filaments externes et sa situation sur le trajet du sang veineux, son étendue est très réduite par rapport à celle des autres hémibranchies. Il en est ainsi parce que la première fente est toujours limitée à sa partie dorsale, la partie ventrale de la poche ne s'ouvrant jamais. Les rapports très étroits de cette partie dorsale, futur évent, avec le crâne lui imposent une forme et des limites bien différentes de celles des autres fentes, et l'hémibranchie de l'évent est obligée de se plier à ces conditions, d'où l'orientation verticale de ses lames, la réduction de leur nombre et de celui de leurs lamelles. Simultanément, se modifient ses rapports vasculaires, par la perte des connexions primitives avec le tronc artériel et l'apparition de liaisons nouvelles avec les vaisseaux efférents des branchies. A partir de ce moment, la pseudobranchie — quels que soient ses rapports vasculaires dont les détails ont été fixés par Ph. Allis dans de nombreux Mémoires — est disposée sur un cercle artériel, latéral par rapport au cercle céphalique, et forme ainsi un réservoir capillaire sur le trajet du sang artériel de la tête. Tout cela n'est pas le signe d'une régression, mais la marque d'arrangements nouveaux.

Les rapports de la pseudobranchie sont au fond les mêmes chez les Téléostomes, mais la disparition plus ou moins complète de l'évent et la

formation d'une cavité branchiale sous-operculaire entraînent une grande variété de formes. Chez certains Ganoïdes (*Acipenser*, *Polyodon*) la pseudobranchie est toujours située dans le canal de l'évent où elle se présente sous la forme de lamelles libres. Chez *Amia*, la pseudobranchie est encore rattachée au canal de l'évent, mais le faible développement de ce dernier lui impose une forme spéciale et la contraint de se développer en profondeur, dans une sorte de poche formée par une partie de l'évent évaginée. Chez *Lepidosteus*, la pseudobranchie, libre et saillante, se forme à peu de distance de l'orifice pharyngien de l'évent et passe ensuite dans la cavité sous-operculaire par la fente hyo-branchiale. Il en est de même chez tous les Téléostéens. Nées dans la portion pharyngienne de la première poche qui, du reste, ne tarde pas à s'effacer, les lamelles pseudobranchiales font saillie dans la fente hyo-branchiale et s'étendent bientôt à travers celle-ci sur la paroi craniale de la cavité sous-operculaire et jusque sur l'opercule lui-même. En raison de la forme de cette cavité sous-operculaire, résultant elle-même des rapports de l'appareil branchial avec le crâne, il peut arriver que le territoire sur lequel se développe la pseudobranchie soit séparé secondairement de la cavité sous-operculaire et constitue une petite poche distincte, dans laquelle est enfermée la pseudobranchie qui, poursuivant son accroissement, se repliera plus ou moins sur elle-même (*Cyprinus*). Quelles que soient du reste ces différences topographiques, la constitution histologique de la pseudobranchie des Téléostéens est toujours la même et est caractérisée par la présence de cellules pseudodranchiales (Granel, 1923), cellules que l'on rencontre également dans *Amia*, mais qui font totalement défaut chez les Sélaciens et les autres Ganoïdes ainsi que l'a constaté Vialli.

En résumé, la fonction de la pseudobranchie n'est pas unique ; la pseudobranchie n'est pas seulement une glande vasculaire sanguine, comme elle paraît l'être indubitablement chez les Téléostéens, mais c'est en même temps un réseau vasculaire dont les connexions avec le système artériel de la tête indiquent qu'il peut jouer un certain rôle dans la régulation de la pression sanguine. C'est précisément cette considération qui nous permet d'expliquer les structures diverses que nous présentent les pseudobranchies. Si le réseau vasculaire de l'organe, au lieu d'être un système porte bipolaire artériel, n'était qu'une portion du réseau capillaire général faisant communiquer les artères et les veines, on ne comprendrait pas l'absence, chez certains Poissons, des cellules acidophiles, qui paraissent avoir chez les autres une fonction si importante. Mais si l'on réfléchit que la pseudobranchie peut agir de deux manières, à la fois comme glande sanguine et comme organe de régulation de la pression artérielle de la tête, on comprend très bien que l'une de ces deux fonctions puisse disparaître, sans entraîner pour cela la disparition de l'organe. C'est le cas chez les Sélaciens

et la plupart des Ganoïdes où la pseudobranchie ne paraît jouer aucun rôle au point de vue glandulaire, mais a une valeur indubitable comme organe de dérivation du courant sanguin céphalique. Ces considérations répondent, me semble-t-il, à la question de Vialli, qui, à la fin de son travail sur la pseudobranchie d'*Acipenser*, se demandait, sans trouver de réponse, quelle pouvait être la fonction de cet organe.

PHYSIOLOGIE. — *Sur l'invisibilité de certains floculats*
Note de M. **Auguste Lumière**, présentée par M. Roux.

Nos recherches sur le sérum gélosé nous ont montré que la toxicité de cette préparation est attribuable à la formation d'un floculat qu'une centrifugation énergique permet d'éliminer en rendant ce sérum complètement inoffensif.

Le floculat se rassemble au fond du tube de centrifugation et constitue un culot facilement visible.

Nous avons constaté aussi que quand on met un sérum en contact avec l'amidon et qu'on le centrifuge pendant quelques minutes, le liquide parfaitement limpide que l'on obtient provoque des accidents du choc du type anaphylactique, mais qu'en procédant à une seconde centrifugation prolongée pendant 50 minutes, la toxicité sérique disparaît totalement ([1]).

Nous nous attendions alors à retrouver dans le tube du centrifugeur le précipité responsable de la crise comme nous avons toujours pu le déceler dans le cas du sérum gélosé, de l'anaphylaxie proprement dite, des mélanges de sérum avec les autolysats tissulaires ou encore avec d'autres sérums de mammifères provenant de sujets normaux ou malades.

Or, on ne peut rien apercevoir de semblable avec le sérum amidonné et cette invisibilité du floculat a fait naître dans notre esprit quelques doutes sur la réalité de son existence.

Nous avons alors pensé que la centrifugation pourrait peut-être s'accompagner de phénomènes susceptibles de détruire la toxicité sérique, phénomènes indépendants de l'effet mécanique qu'elle exerce sur les particules solides en suspension dans le milieu pour les projeter vers le fond du tube.

Quels sont donc les facteurs de l'opération qui pourraient intervenir pour modifier les propriétés du liquide mis en œuvre?

L'un de ces facteurs pourrait être l'élévation de la température; dans les appareils à grande vitesse, les tubes sont enfermés dans une enveloppe de fonte à l'intérieur de laquelle la masse d'air, entraînée avec une grande

---

([1]) Auguste Lumière et Henri Couturier, *Toxicité du sérum mis en contact avec l'amidon* (*Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 89).

vitesse par la rotation du système, vient exercer un frottement sur la paroi fixe de l'enveloppe, d'où un échauffement qui se propage aux liquides centrifugés.

Avec les dispositifs que nous utilisons, la température s'élève de 10° environ au bout d'une heure de fonctionnement ininterrompu.

Or l'expérience montre que l'on peut porter les sérums toxiques à l'étuve à 38° ou 40° pendant plusieurs heures sans observer de changement dans leurs propriétés toxiques. L'élévation thermique de 10° observée ne peut donc être mise en cause dans les modifications sériques qui nous occupent.

La centrifugation fait naître encore, dans les liquides, des pressions internes considérables qui, dans les conditions de nos essais, atteignent 40^{kg} par centimètre carré.

Il ne nous a pas paru impossible, *a priori*, que, sous cette influence, les colloïdes sériques subissent des transformations capables de détruire leur toxicité.

Pour le vérifier, nous avons établi un dispositif expérimental permettant, au moyen d'une forte presse hydraulique, de soumettre les sérums à des pressions de plusieurs centaines de kilos par centimètre carré. Or, la nocivité des sérums n'est, en aucune façon, atténuée quand ils sont maintenus pendant une heure à la pression de 100^{kg} par centimètre carré.

Les phénomènes qui accompagnent la centrifugation étant inopérants, nous ne pouvons plus en expliquer les effets que par l'hypothèse de l'élimination d'un floculat extrêmement ténu et possédant des constantes optiques très voisines de celles du sérum lui-même.

Si cette conception est exacte, s'il existe réellement un floculat invisible éliminable par le seul fait de sa forme solide et de sa différence de densité avec le milieu, nous devrions pouvoir rendre cette centrifugation inefficace en augmentant légèrement la densité du sérum. C'est ce que l'expérience confirme complètement. En ajoutant au sérum amidonné toxique une quantité de sucre suffisante pour porter sa densité à 1050, addition qui, par elle-même, n'exerce aucune influence sur les propriétés sériques, il devient impossible de supprimer la toxicité par la centrifugation.

Ainsi l'hypothèse des floculats invisibles nous paraît, pour le moment, seule capable d'expliquer les faits constatés.

Toutes les tentatives entreprises par voie chimique pour déceler la présence, dans le sérum toxique, d'un complexe renfermant de l'amidon ou pour colorer le floculat par teinture, ont complètement échoué.

Malgré l'invisibilité, qui constitue une exception unique jusqu'ici, la toxicité du sérum amidonné nous paraît relever de phénomènes du même ordre que ceux provoqués par les floculats visibles.

IMMUNOLOGIE. — *Pouvoir rabicide du sang du Hérisson et pouvoir vaccinant contre l'inoculation intracérébrale de virus rabique du mélange neutre virus-sérum inoculé dans l'encéphale.* Note de M[me] **Phisalix**, présentée par M. L. Bouvier.

Nous avons montré la résistance relative du Hérisson à l'action du virus fixe, inoculé dans les muscles, résistance se manifestant par la longue évolution de la maladie, souvent entrecoupée de périodes de rémission; par la guérison spontanée et définitive dans 20 à 25 pour 100 des cas; enfin par l'inconstance avec laquelle l'encéphale du Hérisson mort de la rage *à virus fixe* est susceptible de transmettre cette affection au lapin par inoculation intracérébrale (¹).

1° Pouvoir rabicide *in vitro* du sérum de Hérisson. — Partant de cette résistance relative au virus fixe, et surtout de l'analogie d'action à la fois venimeuse et antivenimeuse des sérums de Vipère, d'Anguille et de Hérisson, nous avons recherché si le sérum de Hérisson se montre doué aussi du pouvoir rabicide, que nous avons précédemment décelé pour le sérum de la Vipère et de l'Anguille. A cet effet nous avons employé la technique suivante :

Le sang de Hérisson est prélevé par ponction du cœur après anesthésie au chloroforme, puis abandonné à la température de la glacière jusqu'à coagulation complète. Le sérum exsudé, jaunâtre et limpide, est étendu de son volume d'eau salée physiologique stérilisée, puis chauffé en pipette au bain-marie à la température de 58°, maintenue pendant 15 minutes. Le sérum, ainsi préparé, est mélangé en diverses proportions à un même volume d'une émulsion centésimale de virus fixe, cette émulsion ayant été filtrée sur toile batiste et sur papier. Les mélanges virus-sérum sont ensuite soumis pendant 20-24 heures à la température de la glacière, puis centrifugés, et chaque culot lavé une fois à l'eau physiologique. Après nouvelle centrifugation, le liquide surnageant est partiellement décanté, de manière à ramener, dans chaque tube, le volume restant au dixième de celui de l'émulsion centésimale employée. On a ainsi des émulsions décimales convenant aux essais. Le virus fixe employé dans toutes ces expériences est celui de l'Institut Pasteur de Paris.

Épreuve sur le lapin par la voie intra-cérébrale. — L'expérience nous a montré que le mélange constitué en ajoutant à 1^{cm^3} d'émulsion centésimale de virus, 5^{cm^3} de sérum chauffé, soit la quantité correspondant à $2^{cm^3},50$ de sérum frais, est neutre pour l'encéphale du lapin; elle ne lui communique pas la rage, comme en témoigne l'expérience suivante :

(¹) M. C. França a cependant vu développer la rage chez le Lapin, en lui inoculant sous la dure-mère l'émulsion de bulbe de Hérisson mort de la *rage des rues*.

Deux lapins, pesant respectivement 2350g et 2200g, reçoivent chacun dans l'encéphale, après trépanation, 5 gouttes de la précédente émulsion. On sait que dans ces conditions l'inoculation de l'émulsion du virus pur est suivie de rage et de mort, en une quinzaine de jours au plus. Or, nos lapins n'avaient encore rien manifesté 6 semaines après cet essai, ce qui montre que le virus fixe a été neutralisé, c'est-à-dire tué par le sérum : *le sérum de hérisson est donc rabicide* in vitro.

2° Pouvoir vaccinant du mélange neutre virus-sérum. — A ce moment, c'est-à-dire 6 semaines après l'inoculation du virus-sérum, nos deux lapins reçoivent, également dans l'encéphale, 5 gouttes d'une émulsion décimale de virus fixe : ils résistent. Trois mois plus tard, nouvelle trépanation avec inoculation de virus fixe, et continuation de la résistance, contrairement à ce qu'on observe dans les mêmes circonstances, quand on emploie à la neutralisation du virus soit un sérum antirabique préparé, soit un sérum naturellement antirabique de Vipère ou d'Anguille. Ce résultat, inattendu, est susceptible de deux interprétations, également embarrassantes : ou les lapins étaient tous deux réfractaires au virus fixe, ou l'inoculation dans leur encéphale du mélange neutre virus-sérum les a vaccinés contre les deux épreuves de virus fixe.

La première hypothèse a pour elle le fait qu'on rencontre parfois des lapins réfractaires à la rage : MM. Viala, Remlinger en ont signalé chacun un cas ; mais c'est un fait assez rare, et à moins d'une coïncidence non encore observée, ne se présente pas dans la proportion de 2 sur deux sujets.

La seconde hypothèse a contre elle le fait établi (A. Marie, P. Remlinger, M. Phisalix) que les mélanges neutres *virus-sérum antirabique* ne vaccinent pas le lapin qui les reçoit dans le cerveau contre l'épreuve intracérébrale de virus fixe : ils sont neutres simplement, mais non vaccinants. Or, nos lapins ont résisté à deux épreuves faites 6 semaines et 4 mois et demi après l'introduction du mélange neutre dans leur cerveau, Des expériences, sur lesquelles nous aurons l'occasion de revenir, nous font pencher pour l'effet vaccinant du mélange neutre. D'ailleurs, pour rare que puisse être la vaccination par la voie intracérébrale, elle a au moins un précédent : en 1884, Pasteur, Chamberland et Roux ont effectivement montré que les passages par le singe du virus des rues atténue ce virus au point de le rendre neutre pour le cerveau du lapin, et de plus vaccinant. « *L'inoculation par la trépanation, si infaillible pour la communication de la rage,* — *disent ces auteurs,* — *peut même ne produire aucun résultat, en créant néan-*

moins, pour l'animal, un état réfractaire à la rage. » Dans le cas présent le sérum de hérisson, agissant *in vitro*, sur le virus rabique fixe, a exercé une action comparable à celle qu'exerce le milieu organique du singe sur le virus des rues.

Ainsi :

1° Le sérum de hérisson adulte neutralise *in vitro* le virus rabique dans les proportions de $2^{cm^3},5$ de sérum pour 1^{cm^3} d'émulsion centésimale de virus fixe. *In vivo*, il s'oppose chez le hérisson à l'évolution régulière du virus inoculé.

2° Le mélange neutre virus fixe-sérum de hérisson, introduit dans l'encéphale du lapin, le vaccine fortement contre l'épreuve intracérébrale de virus fixe, contrairement aux autres mélanges neutres jusqu'ici essayés de virus et de sérums antirabiques.

BACTÉRIOLOGIE. — *Du pouvoir antiseptique de la chloropicrine.* Note [1] de M. **H. Violle**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Des expériences nombreuses et probantes ont montré que la chloropicrine jouissait de propriétés désinfectantes remarquables [2].

Aujourd'hui, ce corps tend à se substituer de plus en plus à l'anhydride sulfureux.

Son prix relativement peu élevé, sa faible toxicité dans les conditions où on l'utilise, son pouvoir de diffusion assez prononcé, son indifférence pour les métaux, pour les matières colorantes, l'absence d'action nocive sur les cuirs, tissus, fourrures, etc., la facilité de son emploi, son efficacité aux températures, pressions et degrés hygrométriques normaux, font de la chloropicrine un des agents chimiques les plus indiqués pour les opérations de dératisation et de désinsection des locaux dont l'aménagement permet l'évacuation rapide et totale de ce gaz.

Ces propriétés lui confèrent déjà un emploi considérable.

Nous avons tenu à rechercher son action sur les microbes pathogènes.

Rappelons que ses effets destructifs intenses vis-à-vis de microorganismes banaux tels que la levure, la fleur du vin, les ferments lactiques, etc. [3] et d'autre part leur indifférence présentée à son égard par certains virus filtrables [4] ont déjà fait l'objet de travaux fort intéressants.

---

(1) Séance du 18 janvier 1926.

(2) G. Bertrand, *Comptes rendus*, **168**, 1919, p. 742; **170**, 1920, p. 858 et 952. — G. Bertrand, Brocq-Rousseu et Dassonville, *Comptes rendus*, **169**, 1919, p. 441, 486, 880, 1059 et 1428; **170**, 1920, p. 345. — G. Bertrand et Mme Rosenblatt, *Comptes rendus*, **168**, 1919, p. 911; **170**, 1920, p. 1150 et 1468; **171**, 1920, p. 137.

(3) G. Bertrand et Mme Rosenblatt, *loc. cit.*

(4) Wolmann, *Annales de l'Institut Pasteur*, **39**, octobre 1925, p. 789.

Nous avons employé la chloropicrine en solution aqueuse saturée :

Chloropicrine	1g,6
Eau distillée	1l

Afin de bien saturer l'eau avec la chloropicrine que l'on met en excès (5 à 4g), mais qui, par suite de sa forte densité, repose au fond du flacon, il est nécessaire de bien agiter le mélange et ensuite de le maintenir à l'abri de l'air.

Voici les résultats de nos expériences :

Solutions aqueuses saturées de chloropicrine. — Les solutions aqueuses saturées de chloropicrine ont un pouvoir antiseptique élevé.

Le pouvoir *préventif*, c'est-à-dire la quantité de chloropicrine nécessaire à ajouter à une solution stérile, pour que cette dernière conserve sa stérilité, après ensemencement de microbes et mise à l'étuve à 37°, est de l'ordre de $\frac{1}{41000}$ à $\frac{1}{82000}$.

Une goutte d'une émulsion très concentrée de bacilles (*B. coli*, B. typhique, B. paratyphique, staphylocoque, streptocoque, etc.) en pleine vitalité, provenant d'une culture sur gélose inclinée, est versée dans un tube de bouillon stérile. On ajoute de la chloropicrine en solution saturée. En employant 12mg de chloropicrine par litre de bouillon, on est certain d'empêcher tout microbe non sporulé de se développer, et si l'on emploie une dose double, soit 24mg, les bacilles sporulés, tels que le *B. subtilis*, ne proliféreront point.

Le pouvoir *destructif*, c'est-à-dire la quantité de chloropicrine nécessaire à ajouter à un milieu de culture en plein développement microbien (non sporulé) pour en détruire tous les éléments, s'exerce pleinement et totalement en l'espace de 1 heure.

Des émulsions de bacilles fragiles (*Bacterium coli*, B. typhique, B. dysentérique, *B. proteus*, B. pyocyanique) sont tués en l'espace de 30 minutes. Les microbes du genre coccus, tels que le staphylocoque et le streptocoque, sont tués après 1 heure de contact.

Les microbes sporulés (tels que le *B. subtilis*) sont tués après un contact de 4 heures.

Dans toutes ces expériences, il est indispensable d'agir avec des tubes scellés, et scellés le plus près possible de la surface du liquide; de cette façon on évite l'évaporation de la chloropicrine soit dans l'air extérieur, soit dans l'air contenu dans le tube. Si l'on ne procède pas ainsi, on trouve des chiffres infiniment plus faibles et sans valeur.

Un fait intéressant à noter est la persistance de son action; à l'inverse du chlore, de l'iode et de leurs dérivés, dont l'action antiseptique est très

forte mais momentanée, la chloripicrine, plusieurs heures après son contact avec des microbes, n'a pas épuisé sa valeur bactéricide.

Cette action se rattache à la grande stabilité des solutions et à leur titre qui se modifie lentement si l'on prend les précautions nécessaires (flacons bien bouchés). Ajoutons l'absence d'action coagulante, signalée par M. Gabriel Bertrand ([1]), de la chloropicrine sur les matières protéiques (sérum sanguin, albumine d'œuf, mucus des expectorations, des déjections, etc.).

M. **M.-L. Bendersky** adresse un Mémoire *Sur la développabilité en série de Taylor des fonctions d'une variable réelle*.

M. **Léon D. Pintos** adresse une Note *Sur la teneur en acide tartrique total des raisins secs de Corinthe*, qui varierait entre 3,08 et 3,39 pour 100.

A $15^h 25^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Chimie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante dans la Section de Chimie par le décès de M. *A. Haller* :

En première ligne	M. **Marcel Delépine**.
En seconde ligne, ex æquo par ordre alphabétique	MM. **Edmond Blaise**, **Paul Lebeau**, **Camille Matignon**.
En troisième ligne, ex æquo par ordre alphabétique	MM. **Robert Lespieau**, **Marc Tiffeneau**.

Les titres de ces candidats sont discutés.
L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 16 heures.

A. Lx.

([1]) *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 1656, et *Ann. Inst. Past.*, 38, 1924, p. 529.